

**Blatt 10**

## Vortragsübungen

**Aufgabe 33** Seien  $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y) \mapsto xy$  und  $g_1 : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y) \mapsto 4x^2 + y^2 - 32$  gegeben.

- (1) Bestimmen Sie alle Flachstellen von  $f$  unter der Nebenbedingung  $g = 0$ .
- (2) Ermitteln Sie für jede Flachstelle von  $f$  unter der Nebenbedingung  $g = 0$ , ob es sich um eine lokale Maximalstelle, eine lokale Minimalstelle oder um einen Sattelpunkt handelt.

**Aufgabe 34** Sei  $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \mapsto f(x, y, z) := xy + xz + zy$ .

Sei  $g_1 : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \mapsto g_1(x, y, z) := 2x^3y^2z + 4x^2 + 5y^2 + 6z^2 - 17$ .

- (1) Zeigen Sie, dass  $(1, 1, 1)$  eine Flachstelle von  $f$  unter der Nebenbedingung  $g = 0$  ist.
- (2) Ist  $(1, 1, 1)$  unter der Nebenbedingung  $g = 0$  lokale Maximalstelle, lokale Minimalstelle oder ein Sattelpunkt der Funktion  $f$ ?

**Aufgabe 35** Sei  $f : \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}, (x_1, x_2, x_3, x_4) \mapsto f(x_1, x_2, x_3, x_4) := x_1^2x_2^2x_3^2x_4^2$ .

Seien

$$g_1 : \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}, (x_1, x_2, x_3, x_4) \mapsto g_1(x_1, x_2, x_3, x_4) := x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 - 2$$

$$g_2 : \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}, (x_1, x_2, x_3, x_4) \mapsto g_2(x_1, x_2, x_3, x_4) := x_1 + x_2 + x_3 + x_4$$

$$g_3 : \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}, (x_1, x_2, x_3, x_4) \mapsto g_3(x_1, x_2, x_3, x_4) := -x_1 + x_2 - x_3 + x_4$$

gegeben. Sei  $T := \left\{ \left( \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2} \right), \left( \frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \right\}$ .

- (1) Bestimmen Sie  $F := \{x \in T : x \text{ ist Flachstelle von } f \text{ unter der Nebenbedingung } g = 0\}$ .
- (2) Ermitteln Sie für alle  $x \in F$ , ob es sich um eine lokale Maximalstelle, eine lokale Minimalstelle oder um einen Sattelpunkt unter der Nebenbedingung  $g = 0$  handelt.