

Blatt 9

Platzaufgaben

Platzaufgabe 26 Seien

$$z = 2 + 3i, \quad w = 1 + 4i, \quad v = 1 - 4i.$$

Berechnen Sie

- (1) $w \cdot z, v \cdot w,$
- (2) $\operatorname{Re}(v), \operatorname{Im}(v),$
- (3) $|z|, |v|,$
- (4) $\bar{v}, \bar{w} \cdot i^{15}.$

Platzaufgabe 27 Berechnen Sie

- (1) $\frac{3i}{2+i},$
- (2) $\frac{6-2i}{-3-3i}.$

Platzaufgabe 28

- (1) Berechnen Sie $e^{1+i\pi/3}$.
Zeichnen Sie diese Zahl in der komplexen Zahlenebene ein.
Wo erkennt man in der Zeichnung e^1 ?
Wo erkennt man in der Zeichnung den Winkel $\pi/3$?
- (2) Berechnen Sie $2 \cos(i) - e^{-1}$.
- (3) Berechnen Sie $\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3}\right)$.

Blatt 9

Hausaufgaben

Hausaufgabe 32 Seien $z = 2 - 3i$, $w = 4 - i$ und $v = 2 + i$.

Berechnen Sie folgende komplexe Zahlen.

- (1) $z\bar{w}v^{-1}$ (3) $|v + w + z|$
 (2) $\operatorname{Re}(vw) + \operatorname{Im}(vz)$ (4) $\frac{v\bar{v}}{w}$

Hausaufgabe 33 Berechnen Sie für die folgenden Folgen und Reihen den jeweiligen Grenzwert oder entscheiden Sie auf Divergenz.

- (1) $\left(\frac{(-1)^n}{n} + \frac{n}{n+1}i\right)_{n \geq 1}$
 (2) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\pi^n \cdot i^n}{n!}$
 (3) $\left(\frac{1}{n} + \cos(n\pi) \cdot i\right)_{n \geq 1}$
 (4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\ln(2) + i\pi/3)^n}{n!}$

Hausaufgabe 34 Berechnen Sie folgende komplexe Zahlen.

- (1) $\cos\left(\frac{\pi + 2\pi i}{1 + i}\right)$ (3) $e^{\ln(3)+i\pi/4} + e^{\ln(3)+i \cdot 7\pi/4}$
 (2) $e^{1+i \cdot 7\pi/6}$ (4) $2 \sin(i) + i^{13}e^{-1}$

Hausaufgabe 35

(1) Sei $z = -3 + 3i$. Finden Sie $(x, y) \in \mathbf{R} \times [0, 2\pi)$ mit $e^{x+iy} = z$.

(2) Finden Sie $(x, y) \in \mathbf{R} \times [0, 2\pi)$ mit $e^{x+iy} = 2i$.

Finden Sie alle $(u, v) \in \mathbf{R} \times [0, 2\pi)$ mit $(e^{u+iv})^2 = 2i$.

Zeichnen Sie e^{x+iy} sowie e^{u+iv} für alle Lösungen (u, v) in der komplexen Zahlenebene ein.

(3) Berechnen Sie $\sin(x)^4$ unter Verwendung von $\sin(x) = \frac{1}{2i}(e^{ix} - e^{-ix})$.

Bestimmen Sie $a, b, c \in \mathbf{R}$ so, dass die folgende Gleichung für alle $x \in \mathbf{C}$ gilt:

$$\sin(x)^4 = a + b \cos(2x) + c \cos(4x)$$

(4) Berechnen Sie $\sin(x)^3 \cos(x)^2$ unter Verwendung von $\sin(x) = \frac{1}{2i}(e^{ix} - e^{-ix})$ und von $\cos(x) = \frac{1}{2}(e^{ix} + e^{-ix})$.

Bestimmen Sie $a, b, c \in \mathbf{R}$ so, dass die folgende Gleichung für alle $x \in \mathbf{C}$ gilt:

$$\sin(x)^3 \cos(x)^2 = a \sin(x) + b \sin(3x) + c \sin(5x)$$