

Blatt 7

Platzaufgaben

Platzaufgabe 21

- (1) Berechnen Sie das Taylorpolynom um $x_0 := 1$ in 2-ter Ordnung von

$$f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto xe^x.$$

- (2) Sei

$$g : \mathbf{R} \times \mathbf{R}_{>-2} \rightarrow \mathbf{R}, (x, y) \mapsto (x + 1) \ln(y + 2).$$

Berechnen Sie die Näherung erster Ordnung von g um die Stelle $(0, 0) \in \mathbf{R} \times \mathbf{R}_{>-2}$.

Platzaufgabe 22 Berechnen Sie $\det \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

- (1) mithilfe der Regel von Sarrus,
(2) mithilfe von Zeilenumformungen und einer oberen Blockdreiecksmatrix.

Platzaufgabe 23 Sei

$$f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \mapsto xy^2 - x - z^2 - x^2.$$

- (1) Berechnen Sie den Gradienten $\nabla_f(x, y, z)$ und die Hessematrix $H_f(x, y, z)$.
(2) Welche der folgenden Punkte sind Flachstellen von f ?
Welche sind lokale Minimalstellen und welche sind lokale Maximalstellen?

$$(0, 1, 0), \quad (1, 0, 1)$$

Blatt 7

Hausaufgaben

Hausaufgabe 25 Beschreibe

$$f : \mathbf{R}_{>0} \rightarrow \mathbf{R}, \quad x \rightarrow 200 \cdot 0,45^{x-1}$$

die Nachfrage nach einem Produkt in Abhängigkeit vom Stückgewinn x .

- (1) Ist $f'(x) < 0$ für $x \in \mathbf{R}_{>0}$?
- (2) Berechnen Sie die Elastizität von f und von f' .
- (3) Gibt es ein $x \in \mathbf{R}_{>0}$ mit $E_{f'}(x) \leq -2$ und zugleich $E_f(x) \geq -1$?
- (4) Bestimmen Sie, für welches $x \in \mathbf{R}_{>0}$ der Gesamtgewinn $G(x)$ maximal wird.

Hausaufgabe 26

- (1) Berechnen Sie das Taylorpolynom $t(x)$ um $x_0 := \pi$ in 4-ter Ordnung von

$$f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, \quad x \mapsto \sin\left(\frac{x}{2}\right).$$

- (2) Finden Sie mittels Restgliedabschätzung ein $C \in \mathbf{R}_{>0}$ mit $|f(x) - t(x)| \leq C \cdot |x - \pi|^5$ für $x \in [0, 2\pi]$.
- (3) Sei $g : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$, $(x, y) \mapsto x^2 e^y$.
Berechnen Sie die Näherung zweiter Ordnung von g um die Stelle $(1, 0) \in \mathbf{R}^2$.

Hausaufgabe 27

- (1) Berechnen Sie $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

- (2) Sei $A := \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$. Ist A negativ definit?

Hausaufgabe 28 Sei

$$f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}, \quad (x, y, z) \rightarrow x^2 + y^2 + z^2 - xz^2 - 2y$$

- (1) Berechnen Sie $\nabla_f(x, y, z)$ und $H_f(x, y, z)$ für $(x, y, z) \in \mathbf{R}^3$.
- (2) Berechnen Sie alle Flachstellen von f .
- (3) Welche lokalen Minimalstellen, welche lokalen Maximalstellen und welche Sattelpunkte hat f ?