

Blatt 4

Platzaufgaben

Platzaufgabe 11 Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke.

(1) $\frac{\ln(x)}{\log_{e^2}(x)}$

(2) $\lim_{x \rightarrow e} \left(\frac{\ln(x) - 1}{\ln(x^2) - 2} \right)$

Platzaufgabe 12

(1) Sei

$$f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, \quad x \mapsto x^3 + 2x.$$

Ist f bijektiv?

Berechnen Sie $f(0)$, $f^{-1}(0)$ und $(f^{-1})'(0)$.

(2) Sei

$$g : \mathbf{R}_{>0} \times \mathbf{R}_{>0} \rightarrow \mathbf{R}, \quad (x, y) \mapsto \log_2(xy) + xy.$$

Berechnen Sie g_x , g_y , g_{xx} , g_{xy} , g_{yx} und g_{yy} .

Platzaufgabe 13 Es sei $K_0 = 500$ Euro mit einem Jahreszins von 5% angelegt mit vereinbarter Einzahlung einer nachschüssigen jährlichen Rate von 100 Euro. Wie hoch ist das entstandene Kapital K_3 nach 3 Jahren?

Platzaufgabe 14 Berechnen Sie

(1)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix},$$

(2) das Skalarprodukt der Vektoren $a := \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $b := \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$,

(3) das Kreuzprodukt von a und b .

Blatt 4

Hausaufgaben

Hausaufgabe 13

- (1) Berechnen Sie $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{x}$.
- (2) Sei $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $x \mapsto x + e^x$. Bestimmen Sie $f(0)$, $f^{-1}(1)$ und $(f^{-1})'(1)$.

Hausaufgabe 14 Betrachten Sie die Funktion $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$, $(x, y) \mapsto x^2y - xy + \frac{y^2}{4}$.

- (1) Berechnen Sie die partiellen Ableitungen f_x , f_y , f_{xx} , f_{xy} und f_{yy} .
- (2) Welche Flachstellen hat f ?

Welche davon sind lokale Maximalstellen? Welche davon sind lokale Minimalstellen?

Hausaufgabe 15

- (1) Es sei $K_0 = 1000$ Euro mit einem Monatszins von 0,2% angelegt mit vereinbarter Einzahlung einer vorschüssigen monatlichen Rate von 50 Euro. Wie hoch ist das entstandene Kapital nach einem halben Jahr?
- (2) Es sei ein Kredit von $K_0 = 500$ Euro mit einem Monatszins von 0,5% aufgenommen mit vereinbarter Abzahlung einer nachschüssigen monatlichen Rate von R Euro. Wie hoch muss die Rate R sein, damit der Kredit nach einem Jahr getilgt ist?

Hausaufgabe 16

- (1) Berechnen Sie $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 6 \\ 2 & 0 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \\ 0 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

- (2) Berechnen Sie den Cosinus des Winkels zwischen $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Stehen die beiden Vektoren orthogonal aufeinander?

- (3) Seien $a := \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $b := \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$ und $c_t := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ t \end{pmatrix}$, wobei $t \in \mathbf{R}$.

Berechnen Sie das Volumen des von a , b und c_t aufgespannten Parallelepipeds in Abhängigkeit von t .