Gottwald, Künzer, Ritter Wintersemester 2018/19

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Blatt 1

Platzaufgaben

Platzaufgabe 1

(1) Berechnen Sie die folgenden Binomialkoeffizienten: $\binom{5}{1}$, $\binom{5}{2}$, $\binom{6}{6}$, $\binom{7}{0}$, $\binom{8}{3}$.

(2) Seien $a, b, c \in \mathbf{Z}$ und $0 \leqslant c \leqslant b \leqslant a$. Vereinfachen Sie den Ausdruck

$$\binom{a}{b}\binom{b}{c}(a-b)!(b-c)!$$

so weit wie möglich.

Platzaufgabe 2 Seien

$$\begin{array}{rcccccccl} f: & \mathbf{R} & \to & \mathbf{R}, & x & \mapsto & f(x) & := & x^2 - 6x - 6 \\ g: & \mathbf{R} & \to & \mathbf{R}, & x & \mapsto & g(x) & := & 2x + 3 \\ h: & \mathbf{R} & \to & \mathbf{R}, & x & \mapsto & h(x) & := & \mathrm{e}^x\,. \end{array}$$

(1) Berechnen Sie $f(g(x))$ und $g(h(x))$.

(2) Skizzieren Sie die Graphen der Funktionen f, g und h.

(3) Berechnen Sie die Bilder $f(\mathbf{R})$, $g(\mathbf{R})$ und $h(\mathbf{R})$.

(4) Untersuchen Sie die Funktionen f, g und h auf Injektivität, Surjektivität und Bijektivität. Falls eine dieser Funktionen bijektiv ist, geben Sie ihre Umkehrfunktion an.

Platzaufgabe 3 Finden Sie Mengen X, Y und eine Abbildung $f : X \to Y$, für welche es eine Teilmenge $U \subseteq Y$ gibt, für die U zwei Elemente und $f^{-1}(U)$ drei Elemente enthält.

Gottwald, Künzer, Ritter Wintersemester 2018/19

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Blatt 1

Hausaufgaben

Hausaufgabe 1

(1) Seien $a, b \in \mathbf{Z}$ und $0 \leqslant b \leqslant a$ gegeben. Berechnen Sie $(a-b)!\binom{a}{b}\frac{(b-1)!}{(a-1)!} - \frac{a-1}{b}$.

(2) Sei $x \in \mathbf{R}$. Berechnen Sie $(x+2)^5 - \sum_{i=0}^{5} \frac{120}{(5-i)!\, i!}\, x^{5-i}\, 2^i$.

Hausaufgabe 2 Wir betrachten folgende Funktion.

$$f : \mathbf{R} \to \mathbf{R},\ x \mapsto f(x) := x^2 - 2x + 2\ .$$

(1) Skizzieren Sie den Graphen von f.

(2) Berechnen Sie $f([1,5])$ und $f(\mathbf{R})$.

(3) Untersuchen Sie $f|_{[1,5]}^{\mathbf{R}}$ auf Injektivität, Surjektivität und Bijektivität.

(4) Untersuchen Sie $f|_{\mathbf{R}}^{\mathbf{R}_{\geqslant 1}}$ auf Injektivität, Surjektivität und Bijektivität.

Hausaufgabe 3 Skizzieren Sie die Graphen der folgenden Funktionen.
Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf Injektivität, Surjektivität und Bijektivität.

(1) $f_1 : \mathbf{R} \to \mathbf{R}_{>0}\,,\ x \mapsto f_1(x) := x^2 + x + 1$

(2) $f_2 : \mathbf{R} \to \mathbf{R},\ x \mapsto f_2(x) := x^5$

(3) $f_3 : \mathbf{R} \to [-1,1],\ x \mapsto f_3(x) := \cos(2x)$

(4) $f_4 : [0, \frac{1}{2}\pi] \to \mathbf{R},\ x \mapsto f_4(x) := \cos(2x)$

Hausaufgabe 4 Wir betrachten folgende Funktionen.

$$\begin{array}{lccccccc} f: & \mathbf{R}_{>0} & \to & \mathbf{R}_{>0}\,, & x & \mapsto & f(x) & := & \dfrac{1}{2x} \\ g: & \mathbf{R}_{>0} & \to & \mathbf{R}_{>2}\,, & x & \mapsto & g(x) & := & \dfrac{1}{x^2} + 2 \end{array}$$

(1) Bestimmen Sie die Umkehrfunktion f^{-1}.

(2) Bestimmen Sie die Umkehrfunktion g^{-1}.

(3) Ist $f(g(x)) = g(f(x))$ für alle $x \in \mathbf{R}_{>0}$?