

Name:

Gottwald, Künzer, Ritter

Wintersemester 2018/19

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Test 2

Bearbeitungszeit: 60 Minuten.

Erlaubte Hilfsmittel: 4 eigenhändig handgeschriebene Seiten DIN A4.

Bewertung: Zu bearbeiten sind die **Aufgaben 1–5**. Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.

Aufgabe 1 (1 Punkt) Berechnen Sie den folgenden Grenzwert.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{3^x-9} =$$

$$\frac{1}{9 \ln(3)}$$

Aufgabe 2 (2 Punkte) Sei $A := \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 & -1 \\ -2 & -6 & -5 & 1 \end{pmatrix}$.

(1) Formen Sie A in Zeilenstufenform um.

Zeilenstufenform:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

(2) Bestimmen Sie eine Basis von $\{x \in \mathbf{R}^4 : Ax = 0\}$.

Basis:

$$\left(\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

Aufgabe 3 (1 Punkt) Sei $A := \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie A^{-1} .

$A^{-1} =$

$$\frac{1}{8} \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$$

Bitte wenden →

Aufgabe 4 (2 Punkte) Sei $f : \mathbf{R}_{>2} \rightarrow \mathbf{R}$, $x \mapsto \frac{x-8}{(x+1)(x-2)^2}$.

(1) Berechnen Sie die Partialbruchzerlegung von $f(x)$.

$$f(x) = \boxed{-\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-2} - \frac{2}{(x-2)^2}}$$

(2) Berechnen Sie

$$\int f(x) dx = \boxed{-\ln(x+1) + \ln(x-2) + \frac{2}{x-2} + \text{konst.}}$$

Aufgabe 5 (4 Punkte) Sei

$$f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R} : (x, y) \mapsto \frac{1}{2}x^2y^2 + y^2 - 3x^3 + 9y.$$

(1) Berechnen Sie

$$f_x(x, y) = \boxed{xy^2 - 9x^2} \quad f_y(x, y) = \boxed{x^2y + 2y + 9}$$

(2) Berechnen Sie

$$f_{xx}(x, y) = \boxed{y^2 - 18x} \quad f_{xy}(x, y) = \boxed{2xy}$$

$$f_{yy}(x, y) = \boxed{x^2 + 2}$$

(3) Welche der folgenden Charakterisierungen treffen auf die angegebenen Punkte zu?

Tragen Sie an **jeder** Stelle der folgenden Tabelle „**ja**“ oder „**nein**“ ein.

	Flachstelle	lokale Minimalstelle	lokale Maximalstelle	Sattelpunkt
$(0, -\frac{9}{2})$	ja	ja	nein	nein
$(1, -3)$	ja	nein	nein	ja
$(-1, -3)$	nein	nein	nein	nein

Name:

Gottwald, Künzer, Ritter

Wintersemester 2018/19

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Test 2

Bearbeitungszeit: 60 Minuten.

Erlaubte Hilfsmittel: 4 eigenhändig handgeschriebene Seiten DIN A4.

Bewertung: Zu bearbeiten sind die **Aufgaben 1–5**. Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.

Aufgabe 1 (1 Punkt) Berechnen Sie den folgenden Grenzwert.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2^x - 8} = \frac{3}{4 \ln(2)}$$

Aufgabe 2 (2 Punkte) Sei $A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 3 \\ -2 & -4 & 6 & -5 \end{pmatrix}$.

(1) Formen Sie A in Zeilenstufenform um.

Zeilenstufenform:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(2) Bestimmen Sie eine Basis von $\{x \in \mathbf{R}^4 : Ax = 0\}$.

Basis:

$$\left(\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$$

Aufgabe 3 (1 Punkt) Sei $A := \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie A^{-1} .

$A^{-1} =$

$$\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

Bitte wenden →

Aufgabe 4 (2 Punkte) Sei $f : \mathbf{R}_{>1} \rightarrow \mathbf{R}$, $x \mapsto \frac{5x + 1}{(x - 1)^2(x + 2)}$.

(1) Berechnen Sie die Partialbruchzerlegung von $f(x)$.

$$f(x) = \frac{2}{(x - 1)^2} + \frac{1}{x - 1} - \frac{1}{x + 2}$$

(2) Berechnen Sie

$$\int f(x) dx = -\frac{2}{x - 1} + \ln(x - 1) - \ln(x + 2) + \text{konst.}$$

Aufgabe 5 (4 Punkte) Sei

$$f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R} : (x, y) \mapsto -\frac{1}{2}x^2y^2 + 4x^2 + \frac{4}{3}y^3 - 14x.$$

(1) Berechnen Sie

$$f_x(x, y) = -xy^2 + 8x - 14 \qquad f_y(x, y) = -x^2y + 4y^2$$

(2) Berechnen Sie

$$f_{xx}(x, y) = -y^2 + 8 \qquad f_{xy}(x, y) = -2xy$$

$$f_{yy}(x, y) = -x^2 + 8y$$

(3) Welche der folgenden Charakterisierungen treffen auf die angegebenen Punkte zu?

Tragen Sie an **jeder** Stelle der folgenden Tabelle „**ja**“ oder „**nein**“ ein.

	Flachstelle	lokale Minimalstelle	lokale Maximalstelle	Sattelpunkt
$(\frac{7}{4}, 0)$	ja	nein	nein	ja
$(2, 1)$	ja	ja	nein	nein
$(-2, 1)$	nein	nein	nein	nein

Name:

Gottwald, Künzer, Ritter

Wintersemester 2018/19

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Test 2

Bearbeitungszeit: 60 Minuten.

Erlaubte Hilfsmittel: 4 eigenhändig handgeschriebene Seiten DIN A4.

Bewertung: Zu bearbeiten sind die **Aufgaben 1–5**. Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.

Aufgabe 1 (1 Punkt) Berechnen Sie den folgenden Grenzwert.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4^x - 4}{e^x - e} = \frac{8 \ln(2)}{e}$$

Aufgabe 2 (2 Punkte) Sei $A := \begin{pmatrix} -2 & 4 & -5 & 13 \\ 1 & -2 & 3 & -8 \end{pmatrix}$.

(1) Formen Sie A in Zeilenstufenform um.

Zeilenstufenform:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

(2) Bestimmen Sie eine Basis von $\{x \in \mathbf{R}^4 : Ax = 0\}$.

Basis:

$$\left(\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

Aufgabe 3 (1 Punkt) Sei $A := \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie A^{-1} .

$A^{-1} =$

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$$

Bitte wenden →

Aufgabe 4 (2 Punkte) Sei $f : \mathbf{R}_{>2} \rightarrow \mathbf{R}$, $x \mapsto \frac{3x^2 - x - 1}{(x + 1)^2(x - 2)}$.

(1) Berechnen Sie die Partialbruchzerlegung von $f(x)$.

$$f(x) = \boxed{-\frac{1}{(x + 1)^2} + \frac{2}{x + 1} + \frac{1}{x - 2}}$$

(2) Berechnen Sie

$$\int f(x) dx = \boxed{\frac{1}{x + 1} + 2 \ln(x + 1) + \ln(x - 2) + \text{konst.}}$$

Aufgabe 5 (4 Punkte) Sei

$$f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R} : (x, y) \mapsto \frac{1}{2}x^2y^2 - 2y^2 - \frac{1}{3}x^3 + 24y.$$

(1) Berechnen Sie

$$f_x(x, y) = \boxed{xy^2 - x^2} \quad f_y(x, y) = \boxed{x^2y - 4y + 24}$$

(2) Berechnen Sie

$$f_{xx}(x, y) = \boxed{y^2 - 2x} \quad f_{xy}(x, y) = \boxed{2xy}$$

$$f_{yy}(x, y) = \boxed{x^2 - 4}$$

(3) Welche der folgenden Charakterisierungen treffen auf die angegebenen Punkte zu?

Tragen Sie an **jeder** Stelle der folgenden Tabelle „ja“ oder „nein“ ein.

	Flachstelle	lokale Minimalstelle	lokale Maximalstelle	Sattelpunkt
(0, 6)	ja	nein	nein	ja
(4, 2)	nein	nein	nein	nein
(4, -2)	ja	nein	nein	ja

Name:

Gottwald, Künzer, Ritter

Wintersemester 2018/19

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Test 2

Bearbeitungszeit: 60 Minuten.

Erlaubte Hilfsmittel: 4 eigenhändig handgeschriebene Seiten DIN A4.

Bewertung: Zu bearbeiten sind die **Aufgaben 1–5**. Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.

Aufgabe 1 (1 Punkt) Berechnen Sie den folgenden Grenzwert.

$$\lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln(x) - 1}{x - e} =$$

$$\frac{1}{e}$$

Aufgabe 2 (2 Punkte) Sei $A := \begin{pmatrix} -2 & -5 & 3 & -4 \\ 1 & 3 & -2 & 3 \end{pmatrix}$.

(1) Formen Sie A in Zeilenstufenform um.

Zeilenstufenform:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

(2) Bestimmen Sie eine Basis von $\{x \in \mathbf{R}^4 : Ax = 0\}$.

Basis:

$$\left(\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

Aufgabe 3 (1 Punkt) Sei $A := \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie A^{-1} .

$A^{-1} =$

$$\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$$

Bitte wenden →

Aufgabe 4 (2 Punkte) Sei $f : \mathbf{R}_{>1} \rightarrow \mathbf{R}$, $x \mapsto \frac{x^2 - x - 9}{(x - 1)(x + 2)^2}$.

(1) Berechnen Sie die Partialbruchzerlegung von $f(x)$.

$$f(x) = \boxed{-\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x+2} + \frac{1}{(x+2)^2}}$$

(2) Berechnen Sie

$$\int f(x) dx = \boxed{-\ln(x-1) + 2\ln(x+2) - \frac{1}{x+2} + \text{konst.}}$$

Aufgabe 5 (4 Punkte) Sei

$$f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R} : (x, y) \mapsto -\frac{1}{2}x^2y^2 - x^2 - 3y^3 + 9x.$$

(1) Berechnen Sie

$$f_x(x, y) = \boxed{-xy^2 - 2x + 9} \quad f_y(x, y) = \boxed{-x^2y - 9y^2}$$

(2) Berechnen Sie

$$f_{xx}(x, y) = \boxed{-y^2 - 2} \quad f_{xy}(x, y) = \boxed{-2xy}$$

$$f_{yy}(x, y) = \boxed{-x^2 - 18y}$$

(3) Welche der folgenden Charakterisierungen treffen auf die angegebenen Punkte zu?

Tragen Sie an **jeder** Stelle der folgenden Tabelle „ja“ oder „nein“ ein.

	Flachstelle	lokale Minimalstelle	lokale Maximalstelle	Sattelpunkt
$(\frac{9}{2}, 0)$	ja	nein	ja	nein
$(-3, 1)$	nein	nein	nein	nein
$(3, -1)$	ja	nein	nein	ja