

Test 1**Bearbeitungszeit:** 60 Minuten.**Erlaubte Hilfsmittel:** 4 eigenhändig handgeschriebene Seiten DIN A4.**Bewertung:** Zu bearbeiten sind die **Aufgaben 1–5**. Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Rechnungen werden nicht gewertet und nicht eingesammelt.**Aufgabe 1 (1 Punkt)** Berechnen Sie den Binomialkoeffizienten

$$\binom{8}{5} = \boxed{56}$$

Aufgabe 2 (1 Punkt) Sei

$$f : \mathbf{R}_{>-4} \rightarrow \mathbf{R}_{>0}, \quad x \mapsto f(x) := \frac{1}{(x+4)^2}.$$

Bestimmen Sie die Umkehrfunktion

$$f^{-1} : \mathbf{R}_{>0} \rightarrow \mathbf{R}_{>-4}, \quad x \mapsto f^{-1}(x) = \boxed{x^{-1/2} - 4}$$

Aufgabe 3 (2 Punkte) Berechnen Sie

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-2)^n 5^{-n} = \boxed{\frac{5}{7}}$$

Berechnen Sie

$$\sum_{n=0}^2 (-2)^n 5^{-n} = \boxed{\frac{19}{25}}$$

Aufgabe 4 (2 Punkte) Sei

$$f : \left(-\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi\right) \rightarrow \mathbf{R}, \quad x \mapsto f(x) := \frac{xe^{2x}}{\cos(x)} + 3$$

Berechnen Sie die erste Ableitung

$$f' : \left(-\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi\right) \rightarrow \mathbf{R}, \quad x \mapsto f'(x) = \boxed{\frac{e^{2x}(2\cos(x)x + \sin(x)x + \cos(x))}{\cos(x)^2}}$$

1 Punkt für Zähler, 1 Punkt für Nenner

Aufgabe 5 (4 Punkte) Sei

$$f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) := x^3 - \frac{7}{2}x^2 - 6x + 2.$$

Berechnen Sie

$$f' : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f'(x) =$$

$$3x^2 - 7x - 6$$

$$f'' : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f''(x) =$$

$$6x - 7$$

Welche lokalen Extremstellen hat f ?

Maximalstellen:

$$-\frac{2}{3}$$

Minimalstellen:

$$3$$

Test 1**Bearbeitungszeit:** 60 Minuten.**Erlaubte Hilfsmittel:** 4 eigenhändig handgeschriebene Seiten DIN A4.**Bewertung:** Zu bearbeiten sind die **Aufgaben 1–5**. Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Rechnungen werden nicht gewertet und nicht eingesammelt.**Aufgabe 1 (1 Punkt)** Berechnen Sie den Binomialkoeffizienten

$$\binom{7}{4} = \boxed{35}$$

Aufgabe 2 (1 Punkt) Sei

$$f : \mathbf{R}_{>0} \rightarrow \left(0, \frac{1}{5}\right), \quad x \mapsto f(x) := \frac{1}{x^4 + 5}.$$

Bestimmen Sie die Umkehrfunktion

$$f^{-1} : \left(0, \frac{1}{5}\right) \rightarrow \mathbf{R}_{>0}, \quad x \mapsto f^{-1}(x) = \boxed{(x^{-1} - 5)^{1/4}}$$

Aufgabe 3 (2 Punkte) Berechnen Sie

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-2)^n 3^{-n} = \boxed{\frac{3}{5}}$$

Berechnen Sie

$$\sum_{n=0}^3 (-2)^n 3^{-n} = \boxed{\frac{13}{27}}$$

Aufgabe 4 (2 Punkte) Sei

$$f : (0, \pi) \rightarrow \mathbf{R}, \quad x \mapsto f(x) := \frac{x e^{3x}}{\sin(x)} + 4$$

Berechnen Sie die erste Ableitung

$$f' : (0, \pi) \rightarrow \mathbf{R}, \quad x \mapsto f'(x) = \boxed{\frac{e^{3x}(-\cos(x)x + 3\sin(x)x + \sin(x))}{\sin(x)^2}}$$

1 Punkt für Zähler, 1 Punkt für Nenner

Aufgabe 5 (4 Punkte) Sei

$$f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) := -x^3 - \frac{7}{2}x^2 + 6x - 5.$$

Berechnen Sie

$$f' : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f'(x) =$$

$$-3x^2 - 7x + 6$$

$$f'' : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f''(x) =$$

$$-6x - 7$$

Welche lokalen Extremstellen hat f ?

Maximalstellen:

$$\frac{2}{3}$$

Minimalstellen:

$$-3$$

Test 1**Bearbeitungszeit:** 60 Minuten.**Erlaubte Hilfsmittel:** 4 eigenhändig handgeschriebene Seiten DIN A4.**Bewertung:** Zu bearbeiten sind die **Aufgaben 1–5**. Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Rechnungen werden nicht gewertet und nicht eingesammelt.**Aufgabe 1 (1 Punkt)** Berechnen Sie den Binomialkoeffizienten

$$\binom{9}{3} = \boxed{84}$$

Aufgabe 2 (1 Punkt) Sei

$$f : \mathbf{R}_{>0} \rightarrow \left(0, \frac{3}{2}\right), \quad x \mapsto f(x) := \frac{3}{x^2 + 2}.$$

Bestimmen Sie die Umkehrfunktion

$$f^{-1} : \left(0, \frac{3}{2}\right) \rightarrow \mathbf{R}_{>0}, \quad x \mapsto f^{-1}(x) = \boxed{(3x^{-1} - 2)^{1/2}}$$

Aufgabe 3 (2 Punkte) Berechnen Sie

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-3)^n 4^{-n} = \boxed{\frac{4}{7}}$$

Berechnen Sie

$$\sum_{n=0}^2 (-3)^n 4^{-n} = \boxed{\frac{13}{16}}$$

Aufgabe 4 (2 Punkte) Sei

$$f : \left(-\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi\right) \rightarrow \mathbf{R}, \quad x \mapsto f(x) := \frac{xe^{-5x}}{\cos(x)} + 5$$

Berechnen Sie die erste Ableitung

$$f' : \left(-\frac{1}{2}\pi, \frac{1}{2}\pi\right) \rightarrow \mathbf{R}, \quad x \mapsto f'(x) = \boxed{\frac{e^{-5x}(-5\cos(x)x + \sin(x)x + \cos(x))}{\cos(x)^2}}$$

1 Punkt für Zähler, 1 Punkt für Nenner

Aufgabe 5 (4 Punkte) Sei

$$f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) := -\frac{5}{3}x^3 - 4x^2 + 4x + 7.$$

Berechnen Sie

$$f' : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f'(x) =$$

$$-5x^2 - 8x + 4$$

$$f'' : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f''(x) =$$

$$-10x - 8$$

Welche lokalen Extremstellen hat f ?

Maximalstellen:

$$\frac{2}{5}$$

Minimalstellen:

$$-2$$

Test 1**Bearbeitungszeit:** 60 Minuten.**Erlaubte Hilfsmittel:** 4 eigenhändig handgeschriebene Seiten DIN A4.**Bewertung:** Zu bearbeiten sind die **Aufgaben 1–5**. Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt. Rechnungen werden nicht gewertet und nicht eingesammelt.**Aufgabe 1 (1 Punkt)** Berechnen Sie den Binomialkoeffizienten

$$\binom{8}{4} = \boxed{70}$$

Aufgabe 2 (1 Punkt) Sei

$$f : \mathbf{R}_{>-2} \rightarrow \mathbf{R}_{>0}, \quad x \mapsto f(x) := \frac{1}{(x+2)^4}.$$

Bestimmen Sie die Umkehrfunktion

$$f^{-1} : \mathbf{R}_{>0} \rightarrow \mathbf{R}_{>-2}, \quad x \mapsto f^{-1}(x) = \boxed{x^{-1/4} - 2}$$

Aufgabe 3 (2 Punkte) Berechnen Sie

$$\sum_{n=0}^{\infty} 3^n 5^{-n} = \boxed{\frac{5}{2}}$$

Berechnen Sie

$$\sum_{n=0}^2 3^n 5^{-n} = \boxed{\frac{49}{25}}$$

Aufgabe 4 (2 Punkte) Sei

$$f : (0, \pi) \rightarrow \mathbf{R}, \quad x \mapsto f(x) := \frac{xe^{-2x}}{\sin(x)} - 7$$

Berechnen Sie die erste Ableitung

$$f' : (0, \pi) \rightarrow \mathbf{R}, \quad x \mapsto f'(x) = \boxed{\frac{e^{-2x}(-\cos(x)x - 2\sin(x)x + \sin(x))}{\sin(x)^2}}$$

1 Punkt für Zähler, 1 Punkt für Nenner

Aufgabe 5 (4 Punkte) Sei

$$f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) := \frac{5}{3}x^3 - 4x^2 - 4x - 3.$$

Berechnen Sie

$$f' : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f'(x) =$$

$$5x^2 - 8x - 4$$

$$f'' : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f''(x) =$$

$$10x - 8$$

Welche lokalen Extremstellen hat f ?

Maximalstellen:

$$-\frac{2}{5}$$

Minimalstellen:

$$2$$