Name:

Gottwald, Künzer, Ritter — Wintersemester 2018/19

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Test 3

Bearbeitungszeit: 60 Minuten.
Erlaubte Hilfsmittel: 4 eigenhändig handgeschriebene Seiten DIN A4.
Bewertung: Zu bearbeiten sind die **Aufgaben 1–4**. Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.

Aufgabe 1 (1 Punkt) Sei $f : \mathbf{R}_{>0} \to \mathbf{R},\ x \mapsto f(x) = 175 \cdot 0{,}95^{x-1}$.
Berechnen Sie die Elastizität von f.

$$\mathrm{E}_f : \mathbf{R}_{>0} \to \mathbf{R},\ x \mapsto \mathrm{E}_f(x) = \boxed{}$$

Aufgabe 2 (2 Punkte) Berechnen Sie das Taylorpolynom $t(x)$ um $x_0 := -6\pi$ in 2-ter Ordnung von

$$f : \mathbf{R} \to \mathbf{R},\ x \mapsto f(x) = \cos\left(\frac{x}{3}\right).$$

Taylorpolynom: $t(x) = \boxed{}$

Aufgabe 3 (2 Punkte) Sei $A := \begin{pmatrix} -4 & -3 & 0 & 0 \\ -3 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$.

(1) Berechnen Sie die Hauptminoren von A.

$\mathrm{M}_1(A) = \boxed{}$ $\mathrm{M}_2(A) = \boxed{}$

$\mathrm{M}_3(A) = \boxed{}$ $\mathrm{M}_4(A) = \boxed{}$

(2) Untersuchen Sie A auf Definitheit.
Tragen Sie in **jeden** Kasten **„ja“** oder **„nein“** ein.

Ist A positiv definit? $\boxed{}$ Ist A negativ definit? $\boxed{}$

Bitte wenden →

Aufgabe 4 (5 Punkte) Sei

$$f : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R},\ (x, y, z) \mapsto f(x, y, z) = -x^3 - 3xyz$$

und

$$g : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R},\ (x, y, z) \mapsto g(x, y, z) = 2z - 2y - zy - 12$$

(1) Berechnen Sie

$\nabla_f(x, y, z) =$ $\boxed{}$ $\qquad$ $\nabla_g(x, y, z) =$ $\boxed{}$

(2) Bestimmen Sie $\rho_1 \in \mathbf{R}$ mit $\nabla_f(2, -2, 2) = \rho_1 \nabla_g(2, -2, 2)$.

$\rho_1 =$ $\boxed{}$

(3) Sei $F : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}$, $(x, y, z) \mapsto F(x, y, z) := f(x, y, z) - \rho_1 g(x, y, z)$. Berechnen Sie

$\mathrm{H}_F(2, -2, 2) =$ $\boxed{}$

(4) Sei $N(2, -2, 2) \in \mathbf{R}^{3\times 1}$ die Matrix mit der Spalte $\nabla_g(2, -2, 2)$. Sei U eine Matrix, deren Spalten eine Basis von $\{u \in \mathbf{R}^{3\times 1} : N(2, -2, 2)^{\mathrm{t}}\, u = 0\}$ bilden. Berechnen Sie

$U =$ $\boxed{}$ $\qquad$ $U^{\mathrm{t}}\ \mathrm{H}_F(2, -2, 2)U =$ $\boxed{}$

(5) Welche der folgenden Charakterisierungen treffen auf die Stelle $(2, -2, 2)$ unter der Nebenbedingung $g = 0$ zu?

Tragen Sie an $\boxed{\textbf{jeder}}$ Stelle der folgenden Tabelle **„ja“** oder **„nein“** ein.

	Flachstelle	lokale Minimalstelle	lokale Maximalstelle	Sattelpunkt
$(2, -2, 2)$				