

Name:

Gottwald, Künzer, Ritter

Wintersemester 2018/19

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

## Test 3

**Bearbeitungszeit:** 60 Minuten.

**Erlaubte Hilfsmittel:** 4 eigenhändig handgeschriebene Seiten DIN A4.

**Bewertung:** Zu bearbeiten sind die **Aufgaben 1–4**. Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.

**Aufgabe 1 (1 Punkt)** Sei  $f : \mathbf{R}_{>0} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $x \mapsto f(x) = 215 \cdot 0,75^{x-1}$ .

Berechnen Sie die Elastizität von  $f$ .

$$E_f : \mathbf{R}_{>0} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto E_f(x) =$$

$$\ln(0,75) \cdot x$$

**Aufgabe 2 (2 Punkte)** Berechnen Sie das Taylorpolynom  $t(x)$  um  $x_0 := 3\pi$  in 2-ter Ordnung von

$$f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto f(x) = \cos\left(\frac{x}{3}\right).$$

Taylorpolynom:  $t(x) =$

$$-1 + \frac{1}{18}(x - 3\pi)^2$$

**Aufgabe 3 (2 Punkte)** Sei  $A := \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ .

(1) Berechnen Sie die Hauptminoren von  $A$ .

$$M_1(A) =$$

$$-2$$

$$M_2(A) =$$

$$4$$

$$M_3(A) =$$

$$8$$

$$M_4(A) =$$

$$20$$

(2) Untersuchen Sie  $A$  auf Definitheit.

Tragen Sie in **jeden** Kasten „ja“ oder „nein“ ein.

Ist  $A$  positiv definit?

nein

Ist  $A$  negativ definit?

nein

**Bitte wenden** →

**Aufgabe 4 (5 Punkte)** Sei

$$f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \mapsto f(x, y, z) = 3x^3 + xyz$$

und

$$g : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \mapsto g(x, y, z) = zy + y - z + 3$$

(1) Berechnen Sie

$$\nabla_f(x, y, z) = \begin{pmatrix} 9x^2 + yz \\ xz \\ xy \end{pmatrix} \quad \nabla_g(x, y, z) = \begin{pmatrix} 0 \\ z + 1 \\ y - 1 \end{pmatrix}$$

(2) Bestimmen Sie  $\rho_1 \in \mathbf{R}$  mit  $\nabla_f(1, 3, -3) = \rho_1 \nabla_g(1, 3, -3)$ .

$$\rho_1 = \frac{3}{2}$$

(3) Sei  $F : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \mapsto F(x, y, z) := f(x, y, z) - \rho_1 g(x, y, z)$ . Berechnen Sie

$$H_F(1, 3, -3) = \begin{pmatrix} 18 & -3 & 3 \\ -3 & 0 & -1/2 \\ 3 & -1/2 & 0 \end{pmatrix}$$

(4) Sei  $N(1, 3, -3) \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$  die Matrix mit der Spalte  $\nabla_g(1, 3, -3)$ . Sei  $U$  eine Matrix, deren Spalten eine Basis von  $\{u \in \mathbf{R}^{3 \times 1} : N(1, 3, -3)^t u = 0\}$  bilden. Berechnen Sie

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad U^t H_F(1, 3, -3) U = \begin{pmatrix} 18 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(5) Welche der folgenden Charakterisierungen treffen auf die Stelle  $(1, 3, -3)$  unter der Nebenbedingung  $g = 0$  zu?

Tragen Sie an **jeder** Stelle der folgenden Tabelle „**ja**“ oder „**nein**“ ein.

	Flachstelle	lokale Minimalstelle	lokale Maximalstelle	Sattelpunkt
$(1, 3, -3)$	ja	nein	nein	ja