

Name:

Gottwald, Künzer, Ritter

Wintersemester 2018/19

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Test 3

Bearbeitungszeit: 60 Minuten.

Erlaubte Hilfsmittel: 4 eigenhändig handgeschriebene Seiten DIN A4.

Bewertung: Zu bearbeiten sind die **Aufgaben 1–4**. Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.

Aufgabe 1 (1 Punkt) Sei $f : \mathbf{R}_{>0} \rightarrow \mathbf{R}$, $x \mapsto f(x) = 215 \cdot 0,75^{x-1}$.

Berechnen Sie die Elastizität von f .

$$E_f : \mathbf{R}_{>0} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto E_f(x) =$$

$$\ln(0,75) \cdot x$$

Aufgabe 2 (2 Punkte) Berechnen Sie das Taylorpolynom $t(x)$ um $x_0 := 3\pi$ in 2-ter Ordnung von

$$f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, x \mapsto f(x) = \cos\left(\frac{x}{3}\right).$$

Taylorpolynom: $t(x) =$

$$-1 + \frac{1}{18} (x - 3\pi)^2$$

Aufgabe 3 (2 Punkte) Sei $A := \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & -4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

(1) Berechnen Sie die Hauptminoren von A .

$$M_1(A) =$$

$$-2$$

$$M_2(A) =$$

$$4$$

$$M_3(A) =$$

$$8$$

$$M_4(A) =$$

$$20$$

(2) Untersuchen Sie A auf Definitheit.

Tragen Sie in **jeden** Kasten „ja“ oder „nein“ ein.

Ist A positiv definit?

nein

Ist A negativ definit?

nein

Bitte wenden →

Aufgabe 4 (5 Punkte) Sei

$$f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \mapsto f(x, y, z) = 3x^3 + xyz$$

und

$$g : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \mapsto g(x, y, z) = zy + y - z + 3$$

(1) Berechnen Sie

$$\nabla_f(x, y, z) = \begin{pmatrix} 9x^2 + yz \\ xz \\ xy \end{pmatrix} \quad \nabla_g(x, y, z) = \begin{pmatrix} 0 \\ z + 1 \\ y - 1 \end{pmatrix}$$

(2) Bestimmen Sie $\rho_1 \in \mathbf{R}$ mit $\nabla_f(1, 3, -3) = \rho_1 \nabla_g(1, 3, -3)$.

$$\rho_1 = \frac{3}{2}$$

(3) Sei $F : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}, (x, y, z) \mapsto F(x, y, z) := f(x, y, z) - \rho_1 g(x, y, z)$. Berechnen Sie

$$H_F(1, 3, -3) = \begin{pmatrix} 18 & -3 & 3 \\ -3 & 0 & -1/2 \\ 3 & -1/2 & 0 \end{pmatrix}$$

(4) Sei $N(1, 3, -3) \in \mathbf{R}^{3 \times 1}$ die Matrix mit der Spalte $\nabla_g(1, 3, -3)$. Sei U eine Matrix, deren Spalten eine Basis von $\{u \in \mathbf{R}^{3 \times 1} : N(1, 3, -3)^t u = 0\}$ bilden. Berechnen Sie

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad U^t H_F(1, 3, -3) U = \begin{pmatrix} 18 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(5) Welche der folgenden Charakterisierungen treffen auf die Stelle $(1, 3, -3)$ unter der Nebenbedingung $g = 0$ zu?

Tragen Sie an **jeder** Stelle der folgenden Tabelle „**ja**“ oder „**nein**“ ein.

	Flachstelle	lokale Minimalstelle	lokale Maximalstelle	Sattelpunkt
$(1, 3, -3)$	ja	nein	nein	ja