

Statistik und Wahrscheinlichkeit

Blatt 3

Platzaufgaben

Platzaufgabe 5

Wir wollen die Funktionalität einer Alarmanlage evaluieren.

Sei A das Ereignis “Alarm wurde ausgelöst”.

Sei B das Ereignis “Ein Einbruch hat stattgefunden”.

Die Gegenereignisse seien $\bar{A}$ und $\bar{B}$.

Seien folgende Wahrscheinlichkeiten bekannt:

$$P(A) = 0,2, P(\bar{A}) = 0,8, P(B|A) = 0,5, P(\bar{B}|A) = 0,5, P(B|\bar{A}) = 0,4, P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,6.$$

- (1) Man erstelle die Vierfeldertafel.
- (2) Man bestimme $P(A|B)$. Ist die Alarmanlage empfehlenswert?
- (3) Man erstelle für die angegebenen Werte einen Baum.
Man bestimme mit diesem $P(A \cap B)$ unter Verwendung der Pfadregel.

Platzaufgabe 6

Seien bei einem Multiple-Choice-Test 3 Fragen zu beantworten.

Pro richtiger Antwort gibt es 1 Punkt. Pro falscher Antwort gibt es -1 Punkt.

Ist die Gesamtpunktzahl in der Summe negativ, so wird sie stattdessen auf 0 gesetzt.

Es werden alle 3 Fragen zufällig beantwortet: die Wahrscheinlichkeit für eine richtige Antwort sei bei jeder Frage gleich $\frac{1}{2}$.

- (1) Man bestimme den Erwartungswert der Gesamtpunktzahl.
- (2) Man bestimme die Varianz der Gesamtpunktzahl.

Statistik und Wahrscheinlichkeit

Blatt 3**Hausaufgaben**

Abgabe bis Do 05.06.25 in den Gruppenübungen oder bis Do 05.06.25, 14:00 im Ilias.

Hausaufgabe 5

Sei $\Omega = \mathbb{R}$. Sei die Wahrscheinlichkeitsdichte $p(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-t^2}$ auf Ω gegeben.

Sei die Zufallsgröße X auf Ω gegeben durch

$$X(t) := \begin{cases} 2t & \text{falls } t \geq 0 \\ 0 & \text{falls } t < 0 \end{cases}$$

- (1) Skizzieren Sie den Graphen von $p(t)$.
- (2) Man berechne den Erwartungswert $E(X)$.
- (3) Man berechne die Varianz $\text{Var}(X)$.

Die Integralwerte $\int_0^{+\infty} e^{-t^2} dt = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$ und $\int_0^{+\infty} e^{-t^2} t dt = \frac{1}{2}$ und $\int_0^{+\infty} e^{-t^2} t^2 dt = \frac{1}{4}\sqrt{\pi}$ dürfen hierzu verwendet werden.

Hausaufgabe 6

Bei einem Glücksrad werden drei Sektoren eingefärbt mit rot (r), grün (g) und blau (b).

Die Wahrscheinlichkeiten für die Sektoren sind $P(r) = \frac{1}{4}$, $P(g) = \frac{1}{4}$, $P(b) = \frac{1}{2}$.

Sei der Gewinn bei blau gleich -1 und bei grün gleich 0 .

- (1) Wie sollte der Gewinn bei rot gesetzt werden, damit der Erwartungswert des Gewinns gleich 0 ist?
- (2) Sei der Gewinn bei rot auf 2 gesetzt. Berechnen Sie die Varianz der Zufallsvariable, die den Gewinn angibt.