

Statistik und Wahrscheinlichkeit

Lösung 1

Hausaufgaben

Hausaufgabe 1

Eine Messung des Gewichts von 10 Werkstücken ergab folgendes.

- 2 Werkstücke wiegen je 17g
- 6 Werkstücke wiegen je 18g
- 1 Werkstück wiegt 19g
- 1 Werkstück wiegt 25g

- (1) Bestimmen Sie den Mittelwert \bar{x} .
- (2) Bestimmen Sie den Median x_{med} .
- (3) Bestimmen Sie die Standardabweichung σ .
- (4) Wie groß ist die Standardabweichung, wenn man das Werkstück, das 25g wiegt, nicht berücksichtigt?

Lösung.

Zu (1). Der Mittelwert ist

$$\bar{x} = \frac{1}{10}(2 \cdot 17 + 6 \cdot 18 + 1 \cdot 19 + 1 \cdot 25) = 18,6 .$$

Zu (2). Der Median ist der Mittelwert des Gewichts des fünften und des sechsten Werkstücks, nach Gewicht aufsteigend sortiert.

Das fünfte und das sechste Werkstück wiegen beide 18g. Also ist $x_{\text{med}} = 18$.

Zu (3). Die Varianz ist

$$\sigma^2 = \frac{1}{10}(2 \cdot (17 - 18,6)^2 + 6 \cdot (18 - 18,6)^2 + 1 \cdot (19 - 18,6)^2 + 1 \cdot (25 - 18,6)^2) = 4,84 .$$

Die Standardabweichung ist also

$$\sigma = \sqrt{4,84} = 2,2 .$$

Zu (4). Wir berücksichtigen das Werkstück, das 25g wiegt, nicht.

Dann ist der Mittelwert

$$\bar{x} = \frac{1}{9}(2 \cdot 17 + 6 \cdot 18 + 1 \cdot 19) = 17,8\bar{8} \approx 17,8889 .$$

Die Varianz ist dann

$$\sigma^2 = \frac{1}{9}(2 \cdot (17 - \bar{x})^2 + 6 \cdot (18 - \bar{x})^2 + 1 \cdot (19 - \bar{x})^2 + 1 \cdot (25 - \bar{x})^2) = \frac{26}{81} \approx 0,3210 .$$

Die Standardabweichung ist dann also

$$\sigma = \sqrt{\frac{26}{81}} = \frac{1}{9}\sqrt{26} \approx 0,5666 .$$

Hausaufgabe 2

Seien die Wertepaare $(2, 1)$, $(4, 3)$, $(5, 2)$, $(6, 3)$, $(6, 3)$ gegeben.

- (1) Bestimmen Sie die Ausgleichsgerade.
- (2) Skizzieren Sie in ein Koordinatensystem:
die gegebenen Wertepaare, das Wertepaar (\bar{x}, \bar{y}) und die Ausgleichsgerade.

Lösung.

Zu (1). Es ist

$$\bar{x} = \frac{1}{5}(2 + 4 + 5 + 6 + 6) = 4,6 .$$

Es ist

$$\bar{y} = \frac{1}{5}(1 + 3 + 2 + 3 + 3) = 2,4 .$$

Es ist

$$\beta = \frac{(2 - \bar{x})(1 - \bar{y}) + (4 - \bar{x})(3 - \bar{y}) + (5 - \bar{x})(2 - \bar{y}) + (6 - \bar{x})(3 - \bar{y}) + (6 - \bar{x})(3 - \bar{y})}{(2 - \bar{x})^2 + (4 - \bar{x})^2 + (5 - \bar{x})^2 + (6 - \bar{x})^2 + (6 - \bar{x})^2} = \frac{3}{7} \approx 0,4286 .$$

Es ist

$$\alpha = \bar{y} - \beta\bar{x} = 2,4 - \frac{3}{7} \cdot 4,6 = \frac{3}{5} \approx 0,4286 .$$

Zu (2). Skizze der Wertepaare und des Paares (\bar{x}, \bar{y}) als Punkte, mitsamt Ausgleichsgerade:

