

## Schulmathematik, SoSe 22

**Blatt 1**

**Aufgabe 1** Bestimmen Sie die Nullstellen des Polynoms  $f(X)$  in der Form  $a+bi$  mit  $a, b \in \mathbb{R}$ .

(1)  $f(X) = X^2 - 1 - i\sqrt{3}$ .

(2)  $f(X) = X^3 + 2 - 2i$ .

(3)  $f(X) = X^3 - 7 - 5\sqrt{2}$ . Dazu berechnen Sie  $(1 + \sqrt{2})^3$ .

**Aufgabe 2** Bestimmen Sie die Nullstellen des Polynoms  $f(X)$ .

(1)  $f(X) = X^2 + X + 1$ .

(2)  $f(X) = (2 + i)X^2 - (5 - i)X + (2 - 2i)$ .

(3)  $f(X) = X^3 + 3X^2 + 3X + 9$ .

(4)  $f(X) = X^3 + 6X^2 + 12X + 7$ .

**Aufgabe 3** Bestimmen Sie die Diskriminante von  $f(X)$ .

(1)  $f(X) = X^3 + 6X + 2$ .

(2)  $f(X) = X^3 + 2X^2 + 4X + 1$ .

(3)  $f(X) = X^3 - 3X + \lambda$ . Für welche  $\lambda \in \mathbb{C}$  hat  $f(X)$  mehrfache Nullstellen?

**Aufgabe 4** Sei  $a + bi \in \mathbb{C}$  mit  $a, b \in \mathbb{R}$ . Sei  $x + yi \in \mathbb{C}$  mit  $x, y \in \mathbb{R}$ . Sei  $n \geq 1$ .

(1) Sei  $x + yi$  eine 2-te Wurzel von  $a + bi$ . Bestimmen Sie alle 2-ten Wurzeln von  $-a - bi$ .

(2) Sei  $a + bi = (x + yi)^n$ . Zeigen Sie:  $a^2 + b^2 = (x^2 + y^2)^n$ .

(3) Sei  $\zeta_n$  die erste  $n$ -te Einheitswurzel.

Berechnen Sie  $\prod_{k=0}^{n-1} (X - \zeta_n^k)$ .

Berechnen Sie  $\sum_{k=0}^{n-1} \zeta_n^k$  und  $\prod_{k=0}^{n-1} \zeta_n^k$ .

(4) Sei  $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$  die paarweise verschiedenen Nullstellen des Polynoms

$$X^3 + bX^2 + cX + d \in \mathbb{C}[X].$$

Bestimmen Sie das Polynom mit Nullstellen  $z_1 + z_2$ ,  $z_2 + z_3$  und  $z_1 + z_3$ .