

Seminar Gruppentheorie

Gruppen treten überall in der Mathematik auf. Ist ein beliebiges mathematisches Objekt X gegeben, so kann man die Gesamtheit seiner Symmetrien studieren, in anderen Worten, man kann seine Automorphismengruppe $\text{Aut } X$ betrachten.

Die Automorphismengruppe des Vektorraums $\mathbf{R}^n$ z.B. ist die Gruppe der invertierbaren $n \times n$ -Matrizen mit Einträgen in $\mathbf{R}$. Einfacher noch, die Automorphismengruppe der Menge $\{1, \dots, n\}$ ist die symmetrische Gruppe $\mathcal{S}_n$, die aus den Permutationen von $\{1, \dots, n\}$ besteht und die man etwa aus der Leibnizformel für die Determinante kennt.

Man kann nun auch von $\mathcal{S}_n$ selbst wieder die Automorphismengruppe betrachten. Kurioserweise hat die Gruppe $\mathcal{S}_6$ einen exotischen Automorphismus, den $\mathcal{S}_n$ für $n \neq 6$ nicht hat.

Ist die Multiplikation in einer Gruppe kommutativ, so spricht man von einer abelschen Gruppe. Die endlichen abelschen Gruppen kann man klassifizieren.

Sei p prim und $k \geq 0$. Die Anzahl der Untergruppen der Ordnung p^k in einer endlichen Gruppe kennt man zumindest bis auf Vielfache von p .

Solche Themen sollen im Seminar behandelt werden.