

Galoistheorie, WS 08/09

Blatt 9Der Magma Calculator findet sich auf <http://magma.maths.usyd.edu.au/calc> .**Aufgabe 29 (12 Punkte)**Zerlege $f(X) \in K[X]$ in irreduzible Polynome unter Verwendung von Magma.(Hinweis: \mathbf{Q} via $\mathbf{Q} := \text{Rationals}()$, \mathbf{F}_2 via $\mathbf{F} := \text{GF}(2)$ eingeben.)

- (1) $f(X) = X^4 + X + 1 \in \mathbf{Q}[X]$.
- (2) $f(X) = X^5 + X + 1 \in \mathbf{Q}[X]$.
- (3) $f(X) = X^5 + X + 1 \in \mathbf{Q}(i\sqrt{3})[X]$.
- (4) $f(X) = X^8 - X \in \mathbf{F}_2[X]$.
- (5) $f(X) = X^8 - X \in \mathbf{F}_8[X]$.
- (6) $f(X) = X^{15} - X + 1 \in \mathbf{F}_9[X]$.

Aufgabe 30 (3+5+3 Punkte)Sei $f(X) \in K[X]$ gegeben. Konstruiere in Magma eine endliche Körpererweiterung L von K so, daß $f(X) \in L[X]$ in Linearfaktoren zerfällt. Gib diese Faktorisierung an (unter Verwendung geeigneter Bezeichnungsweisen). Bestimme $[L : K]$.

- (1) $f(X) = X^4 + X^2 + 1 \in \mathbf{Q}[X]$.
- (2) $f(X) = X^6 + X^2 + 1 \in \mathbf{Q}[X]$.
- (3) $f(X) = X^4 + X + 1 \in \mathbf{F}_4[X]$.

Aufgabe 31 (10 Punkte)

Verwende Magma für Faktorisierungen, aber nicht, um Minimalpolynome direkt auszugeben.

- (1) Bestimme $\mu_{\sqrt{2}+\sqrt{3},\mathbf{Q}}(X)$. Ist $\mathbf{Q}(\sqrt{2} + \sqrt{3}) = \mathbf{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3})$? (Hinweis: Gradvergleich.)
- (2) Bestimme die Minimalpolynome aller Elemente von \mathbf{F}_8 . Gibt es einen Automorphismus von \mathbf{F}_8 , der nicht gleich einer Potenz des Frobeniusautomorphismus ist?

Aufgabe 32 (3 Punkte)Sei $L|K$ eine Körpererweiterung. Sei $y \in L$ algebraisch über K . Sei $\deg \mu_{y,K}$ ungerade.Zeige, daß $\deg \mu_{y^2,K} = \deg \mu_{y,K}$ ist. Ist $\mu_{y,K}(X) = \mu_{y^2,K}(X)$?