

Vorlesung Galoistheorie

Seit alters her kennt man eine Lösungsformel für quadratische Polynome, auch als Mitternachtsformel bekannt. Seit etwa 500 Jahren kennt man auch die Lösungsformeln für Polynome dritten und vierten Grades von Cardano und Ferrari. In allen diesen Formeln werden die gesuchten Nullstellen als Wurzelausdruck in den Koeffizienten des gegebenen Polynoms gefunden. Gibt es auch eine solche Formel für Polynome fünften und höheren Grades?

Vor etwa 200 Jahren bewiesen Abel und Galois die Unmöglichkeit einer solchen allgemeinen Formel. Galois gab darüberhinaus ein Verfahren an, wie man bei einem gegebenen Polynom entscheiden kann, ob seine Nullstellen durch iteriertes Wurzelziehen erhalten werden können – dies ist nämlich bei gewissen Polynomen fünften und höheren Grades durchaus noch der Fall. Hierzu ist die zum vorliegenden Polynom n -ten Grades gehörige Galoisgruppe zu bestimmen, als Untergruppe der symmetrischen Gruppe $\mathcal{S}_n$. Ist diese Galoisgruppe auflösbar in einem rein gruppentheoretischen Sinn, so ist die gegebene polynomiale Gleichung mittels Wurzeln auflösbar, und umgekehrt. Diese Galoisgruppe zu verstehen, ist das Ziel der Veranstaltung.

Literatur: E. Artin, Galoissche Theorie.