

Blatt 4

Platzaufgaben

Platzaufgabe 11

- (a) Berechnen Sie $\sum_{k=3}^5 k$ und $\prod_{k=3}^5 k$.
- (b) Berechnen Sie $\binom{12}{4}$.
- (c) Berechnen Sie $(1 + \sqrt{3})^6 + (1 - \sqrt{3})^6$ mit dem binomischen Lehrsatz.
- (d) Berechnen Sie $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 2^k$ für $n \in \mathbb{N}$.
- (e) Ist $\sum_{k=2}^4 a_k = \sum_{k=3}^5 a_{k-1}$ für $a_2, a_3, a_4 \in \mathbb{R}$?
- (f) Berechnen Sie $\sum_{k=1}^n \left(\frac{k+1}{2^{k+1}} - \frac{k}{2^k} \right)$ für $n \in \mathbb{N}$.

Platzaufgabe 12

- (a) Bestimmen Sie $\text{ggT}(140, 196)$ mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus.
Finden Sie $s, t \in \mathbb{Z}$ mit $\text{ggT}(140, 196) = s \cdot 140 + t \cdot 196$.
- (b) Bestimmen Sie $\text{ggT}(140, 196)$ mit Hilfe der Primfaktorzerlegung.

Platzaufgabe 13

- (a) Schreiben Sie 179 in Binärdarstellung und in Hexadezimaldarstellung.
- (b) Schreiben Sie 110001101_2 in Hexadezimaldarstellung.

Mathematik 1 für inf, swt, msv

Blatt 4

Hausaufgaben

Hausaufgabe 13 Entscheiden Sie, welche der folgenden Aussagen für alle $n \in \mathbb{N}$ und $a_j \in \mathbb{R}$ mit $0 \leq j \leq 2n + 1$ wahr sind.

$$(a) \quad a_1 \cdot \prod_{k=4}^{n+3} a_{2k-5} = \prod_{k=0}^n a_{2k+1}$$

$$(b) \quad \sum_{k=1}^{2n+1} a_k - \sum_{k=1}^n a_{2k} = \sum_{k=0}^n a_{2k+1}$$

$$(c) \quad \sum_{k=0}^n a_k + \sum_{k=n}^{2n+1} a_k = \sum_{k=0}^{2n+1} a_k$$

$$(d) \quad \sum_{k=0}^{2n+1} \left((-1)^k a_k + 2 \sin\left(\frac{k\pi}{2}\right)^2 a_k \right) = \sum_{k=0}^{2n+1} a_k$$

Hausaufgabe 14

$$(a) \quad \text{Sei } n \in \mathbb{Z}_{\geq 3}. \text{ Berechnen Sie } \sum_{k=3}^n \frac{\sqrt{k+1} - 2\sqrt{k}}{2^{k+1}}.$$

$$(b) \quad \text{Seien } a, b \in \mathbb{R} \text{ und } n \in \mathbb{N}. \text{ Zeigen Sie } a^n - b^n = (a - b) \left(\sum_{k=1}^n a^{k-1} b^{n-k} \right).$$

Hausaufgabe 15

(a) Berechnen Sie $\text{ggT}(1173, 555)$ mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus. Finden Sie $s, t \in \mathbb{Z}$ mit $\text{ggT}(1173, 555) = s \cdot 1173 + t \cdot 555$.

(b) Bestimmen Sie $\text{ggT}(1173, 555)$ mit Hilfe der Primfaktorzerlegung.

$$(c) \quad \text{Sei } n \in \mathbb{N}. \text{ Bestimmen Sie } \text{ggT} \left(\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 2^k, \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 4^k \right).$$

Hausaufgabe 16 Gegeben sind $a := 1170$ und $b := 270$.

(a) Schreiben Sie a und b in Binärdarstellung und in Hexadezimaldarstellung.

(b) Bestimmen Sie Primfaktorzerlegungen von a und b und geben Sie $\text{ggT}(a, b)$ an.

(c) Bestimmen Sie die Primfaktorzerlegung von $a^3 \cdot b^2 \cdot \binom{b}{2}$.