Künzer, Nitsche, Ritter Wintersemester 2019/20

Mathematik 1 für inf, swt, msv

Blatt 1

Platzaufgaben

Platzaufgabe 1 Negieren Sie folgende Aussagen. Gilt jeweils die Aussage oder ihre Negation?

(a) Das Produkt zweier nichtpositiver Zahlen ist nichtpositiv.

(b) Alle reellen Zahlen sind rational.

(c) Für alle $x \in \mathbb{R}$ gibt es ein $y \in \mathbb{Z}$ mit $y > x$.

Platzaufgabe 2 Skizzieren Sie folgende Teilmengen der Zahlengeraden $\mathbb{R}$.

(a) $A := \{x \in \mathbb{R} : |x| < 3\}$

(b) $B := A \cap \{x \in \mathbb{R} : x^2 \in \mathbb{Z}\}$

(c) $C := \mathbb{R} \setminus \big(A \cap \big(\mathbb{R} \setminus \,]-2, \sqrt{2}]\big)\big)$

Platzaufgabe 3

(a) Seien A und B Aussagen. Stellen Sie die Wahrheitstafel für die Aussage

$$C \ := \ (A \wedge \neg B) \vee (\neg A)$$

auf. Zeigen Sie, dass C zur Aussage $\neg(A \wedge B)$ äquivalent ist.

(b) Drücken Sie die durch folgende Wahrheitstafel definierte Aussage D durch Verknüpfungen der Aussagen A und B mit $\neg$, $\wedge$ und $\vee$ aus.

A	B	D
w	w	f
w	f	w
f	w	f
f	f	f

Platzaufgabe 4 Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussage.

Für alle $n \in \mathbb{Z}_{\geqslant 1}$ ist $n^2 + 1$ eine Primzahl.

Blatt 1

Hausaufgaben

Hausaufgabe 1 Gegeben seien folgende Aussagen.

$A \;:\Leftrightarrow\;$ Für alle $x \in \mathbb{R}$ und alle $\varepsilon \in \mathbb{R}_{>0}$ gibt es ein $q \in \mathbb{Q}$ mit $|x - q| < \varepsilon$.
$B \;:\Leftrightarrow\;$ Es gibt ein $x \in \mathbb{R}$ so, dass für alle $\varepsilon \in \mathbb{R}_{>0}$ und alle $q \in \mathbb{Q}$ die Ungleichung $|x - q| \geqslant \varepsilon$ gilt.
$C \;:\Leftrightarrow\;$ Es gibt $x \in \mathbb{R}$ und $\varepsilon \in \mathbb{R}_{>0}$ so, dass für alle $q \in \mathbb{Q}$ die Ungleichung $|x - q| \geqslant \varepsilon$ gilt.
$D \;:\Leftrightarrow\;$ Für alle $x \in \mathbb{R}$ gibt es $\varepsilon \in \mathbb{R}_{>0}$ und $q \in \mathbb{Q}$ so, dass $|x - q| < \varepsilon$ ist.

Man finde eine dieser Aussagen, die äquivalent ist zu $\neg A$.
Man finde eine dieser Aussagen, die äquivalent ist zu $\neg B$.
Natürlich sind die Antworten zu begründen.

Hausaufgabe 2 Skizzieren Sie folgende Teilmengen der Ebene $\mathbb{R}^2$.

(a) $A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = (x - 1)^2 - 1\}$

(b) $B := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x > 0) \wedge (y \geqslant \frac{1}{x})\}$

(c) $C := (A \setminus B) \cup \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$

(d) $D := (A \setminus B) \cap \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$

Hausaufgabe 3

(a) Seien A, B und C Aussagen. Stellen Sie die Wahrheitstafel für die Aussage

$$D := (A \wedge \neg B) \vee (B \wedge C) \vee (A \wedge \neg(B \vee C))$$

auf. Zeigen Sie, dass D zur Aussage $(A \vee B) \wedge (A \vee C) \wedge (\neg B \vee C)$ äquivalent ist.

(b) Drücken Sie die durch folgende Wahrheitstafel definierten Aussagen E und F durch Verknüpfungen der Aussagen A, B und C mit $\neg$, $\wedge$ und $\vee$ aus.

A	w	w	w	w	f	f	f	f
B	w	w	f	f	w	w	f	f
C	w	f	w	f	w	f	w	f
E	f	w	f	f	w	w	w	f
F	f	f	w	f	f	w	f	w

Hausaufgabe 4 Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen.

(a) Für alle Mengen A und B ist $\mathrm{Pot}(A \cap B) = \mathrm{Pot}(A) \cap \mathrm{Pot}(B)$.

(b) Für alle Mengen A und B ist $\mathrm{Pot}(A \cup B) = \mathrm{Pot}(A) \cup \mathrm{Pot}(B)$.

(c) Für alle Mengen A und B ist $\mathrm{Pot}(A \times B) = \mathrm{Pot}(A) \times \mathrm{Pot}(B)$.

(d) Für alle Mengen A und B ist $\mathrm{Pot}(A \setminus B) = \mathrm{Pot}(A) \setminus \mathrm{Pot}(B)$.