Aufgabe 6 (4 Punkte)

Sei $T := {}_{\mathbb{F}_3}\left\langle \begin{pmatrix} 1\\1\\0\\0\\0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0\\1\\-1\\0\\0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0\\1\\1\\1\\0 \end{pmatrix} \right\rangle \subseteq \mathbb{F}_3^{5\times 1}$. Sei $U := {}_{\mathbb{F}_3}\left\langle \begin{pmatrix} 0\\0\\-1\\-1\\1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1\\1\\0\\-1\\-1 \end{pmatrix} \right\rangle \subseteq \mathbb{F}_3^{5\times 1}$.

Sei $A := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \in \mathbb{F}_3^{5\times 5}$ mit den angegebenen Basen von T und U als Spaltentupel.

(a) Bestimmen Sie die Zeilenstufenform von A :

(b) Bestimmen Sie Basen der folgenden Unterräume von $\mathbb{F}_3^{5\times 1}$.

Basis von $T+U$:

Basis von $T\cap U$:

Aufgabe 7 (6 Punkte) Gegeben sind die Basen $B = (1,\ X)$ und $C = (2+3X, 1+2X)$ von $\mathbb{R}[X]_{\leqslant 1}$.

Wir betrachten die $\mathbb{R}$-lineare Abbildung $\varphi : \mathbb{R}[X]_{\leqslant 1} \to \mathbb{R}[X]_{\leqslant 1} :\ f(X) \mapsto X \cdot f(1) - 2 \cdot f(2X)$.

Bestimmen Sie:

${}_B\varphi_B =$

${}_B\mathrm{id}_C =$

${}_C\mathrm{id}_B =$

${}_C\varphi_B =$

${}_C\varphi\big(X\big) =$

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

Name des Tutors / der Tutorin:

Gruppennummer:

Aufgabe	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	Summe
Punkte	/2	/3	/4	/3	/8	/4	/6	/ 30

Mathematik 1 für inf, swt, msv

Scheinklausur 2

Wintersemester 2019/20

Beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Vier eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift sind unerwünscht.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
  Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (2 Punkte) Seien die Polynome $f_1(X) := X^2 + X + 1$, $f_2(X) := 2X^2 - X - 2$, $f_3(X) := -X^2 + 3X - 2$ und $f_4(X) := -2X^2 - 2X + 1$ in $\mathbb{F}_5[X]$ gegeben.

Bestimmen Sie $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 \in \mathbb{F}_5$ mit $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4) \neq (0,0,0,0)$ und mit

$$\lambda_1 f_1(X) + \lambda_2 f_2(X) + \lambda_3 f_3(X) + \lambda_4 f_4(X) \ = \ 0\ .$$

$\lambda_1 =$ $\lambda_2 =$ $\lambda_3 =$ $\lambda_4 =$

Aufgabe 2 (3 Punkte) Gegeben ist die Matrix $A := \begin{pmatrix} \alpha & 1{+}\alpha & \alpha \\ 1 & 1 & 0 \\ \alpha & 1 & 1{+}\alpha \end{pmatrix} \in \mathbb{F}_4^{3\times 3}$.

Bestimmen Sie die Inverse: $A^{-1} =$

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Gegeben ist die Matrix $A := \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{F}_5^{4\times 4}$.

(a) Bestimmen Sie $\chi_A(X) =$.

(b) Bestimmen Sie zu jedem Eigenwert von A die zugehörige algebraische Vielfachheit.

(c) Bestimmen Sie eine Basis des Eigenraums $\mathrm{E}_A(2)$.

Aufgabe 4 (3 Punkte)

Sei $t \in \mathbb{Q}$ ein Parameter. Sei $A_t := \begin{pmatrix} -1 & -5 & 5 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & t \end{pmatrix} \in \mathbb{Q}^{3\times 3}$.

(a) Bestimmen Sie $\chi_{A_t}(X) =$.

(b) Bestimmen Sie die Menge $\{t \in \mathbb{Q} : A_t \text{ ist nicht diagonalisierbar}\} =$.

Aufgabe 5 (8 Punkte)

Gegeben ist $A := \begin{pmatrix} 0 & -4 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -3 & 0 & -2 \\ -1 & 2 & 0 & -2 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{Q}^{5\times 5}$.

Ihr charakteristisches Polynom $\chi_A(X) = -(X+2)^4(X+1)$ ist bekannt.

(a) Bestimmen Sie Basen der folgenden Unterräume von $\mathbb{Q}^{5\times 1}$.

Basis von $\mathrm{E}_A(-2)$:

Basis von $\mathrm{H}_A(-2)$:

Basis von $\mathrm{H}_A(-1)$:

(b) Bestimmen Sie eine invertierbare Matrix $S \in \mathbb{Q}^{5\times 5}$ so, dass $J := S^{-1}AS$ eine Jordansche Normalform von A ist. Geben Sie J an.

$S =$ $J =$

Aufgabe 6 (4 Punkte)

Sei $T := {}_{\mathbb{F}_3}\left\langle \begin{pmatrix} 1\\1\\0\\-1\\0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0\\1\\1\\0\\0 \end{pmatrix} \right\rangle \subseteq \mathbb{F}_3^{5\times 1}$. Sei $U := {}_{\mathbb{F}_3}\left\langle \begin{pmatrix} 1\\1\\0\\1\\0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1\\1\\-1\\0\\0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1\\0\\0\\1\\1 \end{pmatrix} \right\rangle \subseteq \mathbb{F}_3^{5\times 1}$.

Sei $A := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 & 1\\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0\\ -1 & 0 & 1 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{F}_3^{5\times 5}$ mit den angegebenen Basen von T und U als Spaltentupel.

(a) Bestimmen Sie die Zeilenstufenform von A :

(b) Bestimmen Sie Basen der folgenden Unterräume von $\mathbb{F}_3^{5\times 1}$.

Basis von $T+U$:

Basis von $T\cap U$:

Aufgabe 7 (6 Punkte) Gegeben sind die Basen $B = (1, X)$ und $C = (3 + 2X, -2 - X)$ von $\mathbb{R}[X]_{\leqslant 1}$.

Wir betrachten die $\mathbb{R}$-lineare Abbildung $\varphi : \mathbb{R}[X]_{\leqslant 1} \to \mathbb{R}[X]_{\leqslant 1} :\ f(X) \mapsto X \cdot f(-1) - 3 \cdot f(2X)$.

Bestimmen Sie :

${}_B\varphi_B =$

${}_B\mathrm{id}_C =$

${}_C\mathrm{id}_B =$

${}_C\varphi_B =$

${}_C\varphi\big(X\big) =$

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

Name des Tutors / der Tutorin:

Gruppennummer:

Aufgabe	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	Summe
Punkte	/2	/3	/4	/3	/8	/4	/6	/ 30

Mathematik 1 für inf, swt, msv

Scheinklausur 2

Wintersemester 2019/20

Beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Vier eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift sind unerwünscht.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
  Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (2 Punkte) Seien die Polynome $f_1(X) := X^2 + X + 1,\ f_2(X) := 2X^2 - X - 2$, $f_3(X) := -X^2 + 3X - 2$ und $f_4(X) := -2X^2 - 2X + 2$ in $\mathbb{F}_5[X]$ gegeben.

Bestimmen Sie $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 \in \mathbb{F}_5$ mit $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4) \neq (0, 0, 0, 0)$ und mit

$$\lambda_1 f_1(X) + \lambda_2 f_2(X) + \lambda_3 f_3(X) + \lambda_4 f_4(X) \ = \ 0 \,.$$

$\lambda_1 =$ $\qquad$ $\lambda_2 =$ $\qquad$ $\lambda_3 =$ $\qquad$ $\lambda_4 =$

Aufgabe 2 (3 Punkte) Gegeben ist die Matrix $A := \begin{pmatrix} 1+\alpha & 1 & \alpha \\ 1 & 0 & \alpha \\ 1+\alpha & \alpha & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{F}_4^{3\times 3}$.

Bestimmen Sie die Inverse: $A^{-1} =$ $\boxed{}$

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Gegeben ist die Matrix $A := \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{F}_5^{4\times 4}$.

(a) Bestimmen Sie $\chi_A(X) =$ $\boxed{}$.

(b) Bestimmen Sie zu jedem Eigenwert von A die zugehörige algebraische Vielfachheit.

$\boxed{}$

(c) Bestimmen Sie eine Basis des Eigenraums $\mathrm{E}_A(-2)$.

$\boxed{}$

Aufgabe 4 (3 Punkte)

Sei $t \in \mathbb{Q}$ ein Parameter. Sei $A_t := \begin{pmatrix} -2 & 5 & -5 \\ 0 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & t \end{pmatrix} \in \mathbb{Q}^{3\times 3}$.

(a) Bestimmen Sie $\chi_{A_t}(X) =$ $\boxed{}$.

(b) Bestimmen Sie die Menge $\{t \in \mathbb{Q} : A_t \text{ ist nicht diagonalisierbar}\} =$ $\boxed{}$.

Scheinklausur 2 **Mathematik 1 für inf, swt, msv** **08. 02. 2020**

Aufgabe 5 (8 Punkte)

Gegeben ist $A := \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 3 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & 0 & 5 & 4 \\ 2 & -2 & 0 & -2 & -1 \end{pmatrix} \in \mathbb{Q}^{5\times 5}$.

Ihr charakteristisches Polynom $\chi_A(X) = -(X-3)^4(X-1)$ ist bekannt.

(a) Bestimmen Sie Basen der folgenden Unterräume von $\mathbb{Q}^{5\times 1}$.

Basis von $\mathrm{E}_A(3)$: $\boxed{}$

Basis von $\mathrm{H}_A(3)$: $\boxed{}$

Basis von $\mathrm{H}_A(1)$: $\boxed{}$

(b) Bestimmen Sie eine invertierbare Matrix $S \in \mathbb{Q}^{5\times 5}$ so, dass $J := S^{-1}AS$ eine Jordansche Normalform von A ist. Geben Sie J an.

$S =$ $\boxed{}$ $J =$ $\boxed{}$

Aufgabe 6 (4 Punkte)

Sei $T := {}_{\mathbb{F}_3}\langle \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \rangle \subseteq \mathbb{F}_3^{5\times 1}$. Sei $U := {}_{\mathbb{F}_3}\langle \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \rangle \subseteq \mathbb{F}_3^{5\times 1}$.

Sei $A := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{F}_3^{5\times 5}$ mit den angegebenen Basen von T und U als Spaltentupel.

(a) Bestimmen Sie die Zeilenstufenform von A :

(b) Bestimmen Sie Basen der folgenden Unterräume von $\mathbb{F}_3^{5\times 1}$.

Basis von $T+U$:

Basis von $T\cap U$:

Aufgabe 7 (6 Punkte) Gegeben sind die Basen $B = (1,\ X)$ und $C = (2+X, 3+2X)$ von $\mathbb{R}[X]_{\leqslant 1}$.

Wir betrachten die $\mathbb{R}$-lineare Abbildung $\varphi : \mathbb{R}[X]_{\leqslant 1} \to \mathbb{R}[X]_{\leqslant 1} :\ f(X) \mapsto X \cdot f(-1) + 2 \cdot f(2X)$.

Bestimmen Sie:

${}_B\varphi_B =$

${}_B\mathrm{id}_C =$

${}_C\mathrm{id}_B =$

${}_C\varphi_B =$

${}_C\varphi\big(X\big) =$

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

Name des Tutors / der Tutorin:

Gruppennummer:

Aufgabe	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	Summe
Punkte	/2	/3	/4	/3	/8	/4	/6	/ 30

Mathematik 1 für inf, swt, msv

Scheinklausur 2

Wintersemester 2019/20

Beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Vier eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift sind unerwünscht.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
  Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (2 Punkte) Seien die Polynome $f_1(X) := X^2 + X + 1$, $f_2(X) := 2X^2 - X - 2$, $f_3(X) := -X^2 + 3X - 2$ und $f_4(X) := -2X^2 - 2X - 1$ in $\mathbb{F}_5[X]$ gegeben.

Bestimmen Sie $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 \in \mathbb{F}_5$ mit $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4) \neq (0,0,0,0)$ und mit

$$\lambda_1 f_1(X) + \lambda_2 f_2(X) + \lambda_3 f_3(X) + \lambda_4 f_4(X) \ = \ 0\,.$$

$\lambda_1 =$ $\lambda_2 =$ $\lambda_3 =$ $\lambda_4 =$

Aufgabe 2 (3 Punkte) Gegeben ist die Matrix $A := \begin{pmatrix} \alpha & \alpha & 1+\alpha \\ 1 & 1+\alpha & 0 \\ \alpha & 0 & \alpha \end{pmatrix} \in \mathbb{F}_4^{3\times 3}$.

Bestimmen Sie die Inverse: $A^{-1} =$

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Gegeben ist die Matrix $A := \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 & 0 \\ -1 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \in \mathbb{F}_5^{4\times 4}$.

(a) Bestimmen Sie $\chi_A(X) =$.

(b) Bestimmen Sie zu jedem Eigenwert von A die zugehörige algebraische Vielfachheit.

(c) Bestimmen Sie eine Basis des Eigenraums $\mathrm{E}_A(-2)$.

Aufgabe 4 (3 Punkte)

Sei $t \in \mathbb{Q}$ ein Parameter. Sei $A_t := \begin{pmatrix} -3 & 6 & -6 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & t \end{pmatrix} \in \mathbb{Q}^{3\times 3}$.

(a) Bestimmen Sie $\chi_{A_t}(X) =$.

(b) Bestimmen Sie die Menge $\{t \in \mathbb{Q} : A_t \text{ ist nicht diagonalisierbar}\} =$.

Aufgabe 5 (8 Punkte)

Gegeben ist $A := \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 4 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 4 \end{pmatrix} \in \mathbb{Q}^{5\times 5}$.

Ihr charakteristisches Polynom $\chi_A(X) = -(X-2)^4(X-3)$ ist bekannt.

(a) Bestimmen Sie Basen der folgenden Unterräume von $\mathbb{Q}^{5\times 1}$.

Basis von $\mathrm{E}_A(2)$:

Basis von $\mathrm{H}_A(2)$:

Basis von $\mathrm{H}_A(3)$:

(b) Bestimmen Sie eine invertierbare Matrix $S \in \mathbb{Q}^{5\times 5}$ so, dass $J := S^{-1}AS$ eine Jordansche Normalform von A ist. Geben Sie J an.

$S =$ $J =$

Aufgabe 6 (4 Punkte)

Sei $T := {}_{\mathbb{F}_3}\left\langle \begin{pmatrix} 1\\0\\0\\1\\0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1\\0\\0\\-1\\1 \end{pmatrix} \right\rangle \subseteq \mathbb{F}_3^{5\times 1}$. Sei $U := {}_{\mathbb{F}_3}\left\langle \begin{pmatrix} 0\\1\\1\\-1\\0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0\\-1\\-1\\-1\\1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0\\0\\1\\-1\\0 \end{pmatrix} \right\rangle \subseteq \mathbb{F}_3^{5\times 1}$.

Sei $A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1\\ 1 & -1 & -1 & -1 & -1\\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{F}_3^{5\times 5}$ mit den angegebenen Basen von T und U als Spaltentupel.

(a) Bestimmen Sie die Zeilenstufenform von A :

(b) Bestimmen Sie Basen der folgenden Unterräume von $\mathbb{F}_3^{5\times 1}$.

Basis von $T+U$:

Basis von $T\cap U$:

Aufgabe 7 (6 Punkte)

Gegeben sind die Basen $B = (1,\ X)$ und $C = (3-2X, 2-X)$ von $\mathbb{R}[X]_{\leqslant 1}$.
Wir betrachten die $\mathbb{R}$-lineare Abbildung $\varphi : \mathbb{R}[X]_{\leqslant 1} \to \mathbb{R}[X]_{\leqslant 1} :\ f(X) \mapsto X\cdot f(1) + 3\cdot f(2X)$.

Bestimmen Sie:

${}_B\varphi_B =$

${}_B\mathrm{id}_C =$

${}_C\mathrm{id}_B =$

${}_C\varphi_B =$

${}_C\varphi\big(X\big) =$

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

Name des Tutors / der Tutorin:

Gruppennummer:

Aufgabe	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	Summe
Punkte	/2	/3	/4	/3	/8	/4	/6	/ 30

Mathematik 1 für inf, swt, msv

Scheinklausur 2

Wintersemester 2019/20

Beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Vier eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift sind unerwünscht.
- Es wird nur die Angabe von Endergebnissen verlangt.
  Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (2 Punkte)

Seien die Polynome $f_1(X) := X^2 + X + 1$, $f_2(X) := 2X^2 - X - 2$, $f_3(X) := -X^2 + 3X - 2$ und $f_4(X) := -2X^2 + 2X + 1$ in $\mathbb{F}_5[X]$ gegeben.
Bestimmen Sie $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 \in \mathbb{F}_5$ mit $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4) \neq (0,0,0,0)$ und mit

$$\lambda_1 f_1(X) + \lambda_2 f_2(X) + \lambda_3 f_3(X) + \lambda_4 f_4(X) \ = \ 0\ .$$

$\lambda_1 =$ $\lambda_2 =$ $\lambda_3 =$ $\lambda_4 =$

Aufgabe 2 (3 Punkte) Gegeben ist die Matrix $A := \begin{pmatrix} 1+\alpha & \alpha & 0 \\ 1 & 1 & 1+\alpha \\ 1+\alpha & 1 & 1+\alpha \end{pmatrix} \in \mathbb{F}_4^{3\times 3}$.

Bestimmen Sie die Inverse: $A^{-1} =$

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Gegeben ist die Matrix $A := \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & -2 & -1 \end{pmatrix} \in \mathbb{F}_5^{4\times 4}$.

(a) Bestimmen Sie $\chi_A(X) =$.

(b) Bestimmen Sie zu jedem Eigenwert von A die zugehörige algebraische Vielfachheit.

(c) Bestimmen Sie eine Basis des Eigenraums $\mathrm{E}_A(-1)$.

Aufgabe 4 (3 Punkte)

Sei $t \in \mathbb{Q}$ ein Parameter. Sei $A_t := \begin{pmatrix} 2 & -6 & 6 \\ 0 & -4 & 6 \\ 0 & 0 & t \end{pmatrix} \in \mathbb{Q}^{3\times 3}$.

(a) Bestimmen Sie $\chi_{A_t}(X) =$.

(b) Bestimmen Sie die Menge $\{t \in \mathbb{Q} : A_t \text{ ist nicht diagonalisierbar}\} =$.

Scheinklausur 2 **Mathematik 1 für inf, swt, msv** **08. 02. 2020**

Aufgabe 5 (8 Punkte)

Gegeben ist $A := \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 & 2 & 4 \\ 0 & -3 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & 2 & -2 & -7 \end{pmatrix} \in \mathbb{Q}^{5\times 5}$.

Ihr charakteristisches Polynom $\chi_A(X) = -(X+3)^4(X+5)$ ist bekannt.

(a) Bestimmen Sie Basen der folgenden Unterräume von $\mathbb{Q}^{5\times 1}$.

Basis von $\mathrm{E}_A(-3)$:

Basis von $\mathrm{H}_A(-3)$:

Basis von $\mathrm{H}_A(-5)$:

(b) Bestimmen Sie eine invertierbare Matrix $S \in \mathbb{Q}^{5\times 5}$ so, dass $J := S^{-1}AS$ eine Jordansche Normalform von A ist. Geben Sie J an.

$S =$ $J =$
