M. Künzer Abgabe bis Mi 25.10.17

Kommutative Algebra, WS 17/18

Blatt 1

Aufgabe 1 (2+1 Punkte)

(1) Sei R ein kommutativer Ring. Zu zeigen ist, daß $\mathrm{U}(R)$, zusammen mit der auf $\mathrm{U}(R)$ eingeschränkten Multiplikation, eine abelsche Gruppe bildet.

(2) Seien R und S kommutative Ringe. Sei $R \xrightarrow{f} S$ ein Ringmorphismus.
Zu zeigen ist, daß $\mathrm{U}(f) := f|_{\mathrm{U}(R)}^{\mathrm{U}(S)} \colon \mathrm{U}(R) \to \mathrm{U}(S)$ ein Gruppenmorphismus ist.

Aufgabe 2 (3 Punkte) Sei R ein Integritätsbereich, welcher als Menge endlich ist.
Zu zeigen ist, daß R ein Körper ist.

Aufgabe 3 (6+1 Punkte) Sei R ein kommutativer Ring.

(1) Zu zeigen ist, daß es genau einen Ringmorphismus von $\mathbf{Z}$ nach R gibt.

(2) Zu zeigen ist, daß es genau einen Ringmorphismus von R nach 0 gibt.

Der Ringmorphismus aus (1) werde $\mathbf{Z} \xrightarrow{\varepsilon_R} R$ geschrieben.
Oft schreiben wir $z := \varepsilon_R(z) \in R$ für $z \in \mathbf{Z}$.
Der Ringmorphismus aus (2) werde $R \xrightarrow{\eta_R} 0$ geschrieben.

Aufgabe 4 (6 Punkte) Zu zeigen oder zu widerlegen.

(1) Sei R ein kommutativer Ring. Von R nach R ist id_R der einzige Ringisomorphismus.

(2) Von $\mathbf{Q}$ nach $\mathbf{Q}$ ist $\mathrm{id}_{\mathbf{Q}}$ der einzige Ringmorphismus.

(3) Es hat $\mathbf{Q}$ nur die Teilringe $\mathbf{Z}$ und $\mathbf{Q}$.

www.mathematik.uni-stuttgart.de/fachbereich/Kuenzer/ca17/