Algebra für Lehramt, SoSe 20

Blatt 10

Aufgabe 37

(1) Man bestimme das Minimalpolynom $\mu_{\zeta_7+\zeta_7^{-1},\mathbb{Q}}(X) \in \mathbb{Q}[X]$.

(2) Kann man mit Zirkel und Lineal ein regelmäßiges 7-Eck konstruieren, das einem Kreis von Radius 1 einbeschrieben ist? Falls ja, führe man die Konstruktion durch. Falls nein, begründe man dies.

(3) Man bestimme das Minimalpolynom $\mu_{\zeta_5+\zeta_5^{-1},\mathbb{Q}}(X) \in \mathbb{Q}[X]$.

(4) Kann man mit Zirkel und Lineal ein regelmäßiges 5-Eck konstruieren, das einem Kreis von Radius 1 einbeschrieben ist? Falls ja, führe man die Konstruktion durch. Falls nein, begründe man dies.

Aufgabe 38
Sei $n \geqslant 1$. Man bestimme das Kreisteilungspolynom $\Phi_n(X)$.

(1) $n = 11$.

(2) $n = 9$. (Vgl. Aufgabe 34.(2).)

(3) $n = 15$.

(4) $n = 18$.

Aufgabe 39 Man zeige.

(1) Sei $n \in \mathbb{Z}_{\geqslant 3}$ mit $n \equiv_2 1$ gegeben.
Es ist $\Phi_{2n}(X) = \Phi_n(-X)$.

(2) Sei p eine Primzahl. Sei $k \in \mathbb{Z}_{\geqslant 1}$.
Es ist $\Phi_{p^k}(X) = \Phi_p(X^{p^{k-1}})$.

Aufgabe 40

(1) Man bestimme alle Primzahlen $p \in [2, 13]$, für welche $X^2 + X + 1 \in \mathbb{F}_p[X]$ irreduzibel ist.

(2) Man bestimme alle Primzahlen p, für welche $X^2 + X + 1 \in \mathbb{F}_p[X]$ irreduzibel ist.

(3) Man bestimme alle $k \in \mathbb{Z}_{\geqslant 1}$ mit $\varphi(k) = 8$.