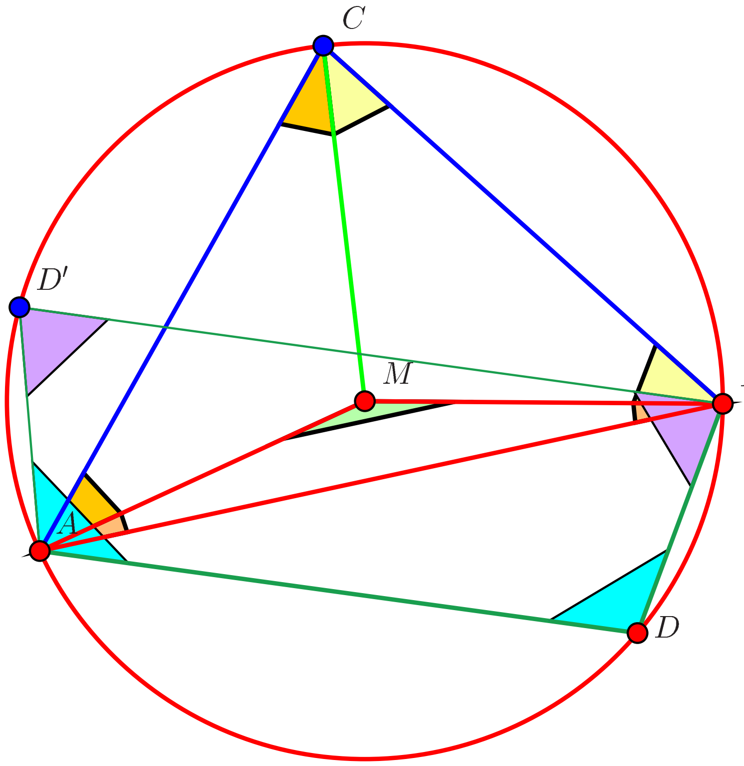
der Satz vom Peripheriewinkel

Für alle Dreiecke ABC, bei denen C auf einem festen Kreisbogen (der *Peripherie*) über der festen Sehne AB liegt, ist der Winkel $\measuredangle(ACB)$ gleich.



Es sei M der Mittelpunkt des Kreises.
Zum Beweis benutzen wir nichts als den Satz über die Winkelsumme im Dreieck, sowie die Tatsache, dass die Radien MA, MB und MC gleich sind. In den gleichschenkligen Dreiecken AMC, CMB und BMA erhalten wir daher jeweils zwei gleiche Winkel (vgl. die Farb-Kodierung in der Skizze).

Wir nehmen zuerst an, dass M und der Kreisbogen auf der gleichen Seite bzgl. der Sehne liegen. Dann gilt:

$$2\measuredangle(BAM) = \ 180^\circ - \measuredangle(AMB)$$

$$2\ \measuredangle(BAM) \ + 2\measuredangle(MAC) + 2\measuredangle(MCB) = 180^\circ$$

also

$$\measuredangle(AMB) = 2(\measuredangle(MAC) + \measuredangle(MCB)) = 2\measuredangle(ACB).$$

Damit hängt der fragliche Peripheriewinkel nur vom Innenwinkel über der Sehne ab.
Den Fall, dass M und der Kreisbogen auf verschiedenen Seiten liegen, kann man auf den zuerst behandelten Fall zurückführen:
Um zu zeigen, dass auch der Winkel $\measuredangle(BDA)$ nur von $\measuredangle(BAM)$ abhängt, führen wir den Punkt D' auf dem Kreis so ein, dass BD' und DA parallel sind. Es ergibt sich:

$$\measuredangle(BDA) = \measuredangle(DAD') = 180^\circ - \measuredangle(AD'B) = 180^\circ - \measuredangle(ACB) = 180^\circ - 1/2\measuredangle(AMB).$$

(Man könnte auch den für den ersten Fall gegebenen Beweis übernehmen, wenn man die Vorzeichen der Winkel richtig auffasst.)