Apl. Prof. Dr. Markus Stroppel
Institut für Geometrie und Topologie
Fakultät Mathematik und Physik
(Pfaffenwaldring 57, Vaihingen)
70550 Stuttgart

Forschungsperspektive

Viele der speziellen gruppentheoretischen Fragen, die mich interessieren, sind durch inzidenzgeometrische Probleme motiviert. Umgekehrt liefern Darstellungen als Automorphismengruppen geeigneter Inzidenzgeometrien auch gute Modelle für gewisse Klassen von Gruppenwirkungen. Die unten dargestellten Themen sind daher nicht isoliert, sondern befruchten sich wechselseitig.

Ich plane, in nächster Zeit bereits begonnene Forschungen in folgenden Bereichen fortzuführen und zu vertiefen:

- **Gruppen mit vielen Automorphismen**
  - Lokal kompakte Gruppen mit vielen Automorphismen
  - Endliche Gruppen mit vielen Automorphismen
  - Heisenberg-Gruppen
- **Topologische Gruppen**
  - Lie-Theorie für lokal kompakte Gruppen
  - Lokal kompakte Gruppen
- **Topologische Inzidenzgeometrie**
  - Kompakte projektive Ebenen, stabile Ebenen
  - Topologische verallgemeinerte Polygone, Bruhat-Tits-Gebäude
  - Sphärische Unitale
- **Endliche Inzidenzstrukturen**
- **Wirkungen von Gruppen auf Inzidenzstrukturen: Rekonstruktion, Einbettungen**
- **Halbgruppen und Inzidenzgeometrie**

Gruppen mit vielen Automorphismen

Lokal kompakte Gruppen mit vielen Automorphismen: Sei G eine topologische Gruppe, und $\mathrm{Aut}\,G$ die Gruppe aller topologischen Automorphismen von G. Weiter sei $\omega(G)$ die Anzahl der Bahnen unter $\mathrm{Aut}\,G$ in G. Dann kann man durch obere Schranken für $\omega(G)$ starke Struktureinschränkungen an G erzwingen. So bedeutet für abelsche Gruppen A etwa die Bedingung $\omega(A) = 2$, dass A die additive Gruppe eines Vektorraums ist. Diese elementare Erkenntnis gewinnt ganz anderes Gewicht im Rahmen lokal kompakter nicht diskreter Gruppen: Hier ergibt sich eine durchaus nicht triviale Charakterisierung topologischer Vektorräume endlicher Dimension über lokal kompakten Körpern [28].
Allgemein werden diskrete abelsche Gruppen A mit $\omega(A) < \infty$ in [23] untersucht. Die Übertragung dieser Ergebnisse auf den kompakten Fall ist in [31] und [34] enthalten. Auch für nichtabelsche Gruppen G versteht man die Gruppen mit $\omega(G) = 3$ recht gut (vgl. [20]). Ist die Gruppe G lokal kompakt und zusammenhängend oder kompakt, so erweist sich schon die Bedingung, dass $\omega(G)$ überhaupt nur endlich ist, als sehr stark. Einzelheiten finden sich in meinen Arbeiten über (fast-)homogene Gruppen [29, 30, 31].

Endliche Gruppen mit vielen Automorphismen: Bei den genannten Fragestellungen sind endliche Gruppen in natürlicher Weise mit einbezogen. Es gibt allerdings auch Aspekte, bei denen die endlichen Gruppen genuine Ansätze erfordern. Hier wäre etwa die Frage zu nennen, welchen Effekt Schranken an $\omega(G)$ unter der Annahme haben, dass G eine endliche einfache Gruppe sei. Erste Ergebnisse liegen vor [33], systematische Ansätze werden von Stefan Kohl seit seiner bei mir entstandenen Diplomarbeit [14] verfolgt, vgl. [15].
Bei diesen Untersuchungen wurde computer-algebraische Unterstützung (insbesondere das Paket GAP) in Anspruch genommen. Umgekehrt sollen die gesammelten Erfahrungen in ergänzende Bibliotheken zu GAP einfließen. Auch die Vorlesung zur Gruppentheorie (Darmstadt, Sommer 2001) wurde durch eine Übung zum Umgang mit GAP ergänzt.

Heisenberg-Gruppen: Eine große Klasse nilpotenter Gruppen der Klasse 2 erhält man durch Verallgemeinerung der Campbell-Hausdorff-Multiplikation auf der Heisenbergschen Liealgebra. Insbesondere enthält diese Klasse alle speziellen p-Gruppen von ungeradem Exponenten p. Gruppen dieser Art treten etwa als Sylowgruppen gewisser klassischer Gruppen auf. In vielen Fällen führen Schranken an $\omega(G)$ auf (Erweiterungen von) Heisenberg-Gruppen. Auch bei manchen inzidenzgeometrisch motivierten Fragen (vgl. [32], [35]) spielen diese Gruppen eine Schlüsselrolle. In diesem Zusammenhang steht die Arbeit über Verardi-Gruppen [12].

Topologische Gruppen

Viele der in der „Natur" vorkommenden Gruppen treten als topologische Gruppen auf. Generell stellen topologische Betrachtungen oft brauchbare Methoden für die Behandlung unendlicher Strukturen zur Verfügung. Für die Klasse lokal kompakter Gruppen steht eine reichhaltige Strukturtheorie bereit. Zu den tiefen Ergebnissen gehört neben der Dualitätstheorie von Pontrjagin vor allem die Lösung des 5. Hilbert-Problems. Ich interessiere mich für die Anwendungen dieser grundlegenden Resultate auf die Theorie topologischer Gruppen selbst, aber auch innerhalb der Geometrie — dort insbesondere auf die Theorie topologischer Inzidenzstrukturen.

Lie-Theorie für lokal kompakte Gruppen: Die Lösung des 5. Hilbertschen Problems kennzeichnet nicht nur die Lie-Gruppen innerhalb der topologischen Gruppen, sondern liefert auch Möglichkeiten, Antworten der Lie-Theorie auf Fragen über lokal kompakte Gruppen zu geben. Dabei gibt es verschiedene Methoden, zu deren Verständnis ich beizutragen versuche. Ein jüngerer Ansatz ist das Studium der Grobstruktur einer lokal kompakten Gruppe, das heißt des Verbands aller abgeschlossenen zusammenhängenden Untergruppen. Auf diesem Verband lassen sich zusätzlich zweistellige Operationen (wie Kommutatorbildung, relative Zentralisatoren und Normalisatoren) mit Erfolg studieren.
Die eben erwähnten Methoden greifen nur für die Zusammenhangskomponente einer lokal kompakten Gruppe. Im Fall total unzusammenhängender Gruppen stehen eine Fülle reichlich disparater Konstruktionsverfahren und auch eine ganze Reihe konkurrierender Lietheorien zur Verfügung (weil es ja unterschiedliche total unzusammenhängende lokal kompakte Grundkörper gibt). Durch neueste Ansätze von George Willis scheint jetzt eine Möglichkeit in Sicht, zu einer vorgegebenen total unzusammenhängenden Gruppe jedenfalls die passende Lietheorie auszuwählen. Mein früherer Diplomand Helge Glöckner hat hier (teilweise mit George Willis zusammen) bereits beachtliche Fortschritte erzielt (vgl. [3], [4], [5], [6], [7] und [8]); ich beabsichtige, diese Ansätze auch selbst weiter zu verfolgen.

Lokal kompakte Gruppen: Als Einstieg in die Theorie lokal kompakter Gruppen habe ich mehrere Vorlesungen in Darmstadt und in Stuttgart gehalten. Daraus ist eine Monographie über die Struktur lokal kompakter Gruppen entstanden [39].

Topologische Inzidenzgeometrie

Unter einer Inzidenzstruktur verstehe ich sehr allgemein eine Familie von Mengen A_t, wobei t eine Indexmenge T (von „Typen") durchläuft, zusammen mit einer Teilmenge F (von „Fahnen") des cartesischen Produktes der Familie. Etwas spezieller: eine (zweitypige) Inzidenzstruktur ist gegeben durch zwei Mengen P $(= A_0)$ und G $(= A_1)$ sowie eine Teilmenge F von $P \times G$.

Kompakte projektive Ebenen: Hier haben je zwei verschiedene Punkte eine eindeutig bestimmte Verbindungsgerade, und dual dazu haben je zwei verschiedene Geraden einen eindeutig bestimmten Schnittpunkt. Man verlangt, dass P und G kompakt sind und dass Verbinden und Schneiden stetig sind. Klassische Beispiele sind die projektiven Ebenen über lokal kompakten Körpern wie den reellen, komplexen oder p-adischen Zahlen. Dazu kommen Ebenen über lokal kompakten Schiefkörpern und Alternativkörpern (wie etwa Hamilton-Quaternionen oder Cayley-Oktonionen). Darüber hinaus sind mittlerweile viele Konstruktionsprinzipien für nicht klassische kompakte projektive Ebenen bekannt. Über den Stand der Theorie kompakter (zusammenhängender) projektiver Ebenen liegt eine einigermaßen umfassende Monographie [21] vor, die die Grundlage für weitere Arbeiten darstellt.

Die folgenden Fragestellungen erscheinen mir lohnend:

- Welche fasteinfachen zusammenhängenden lokal kompakten Gruppen wirken effektiv auf 16-dimensionalen projektiven Ebenen?
- Welche diskreten Untergruppen der vollen Automorphismengruppe einer klassischen Ebene lassen sich als volle Automorphismengruppe einer kompakten projektiven Ebene mit denselben topologischen Parametern (d.h. mit einem Punktraum derselben topologischen Dimension) realisieren? (Hier interessieren vor allem kristallographische Gruppen.)
- Schließlich ist bei vielen bekannten Beispielen kompakter projektiver Ebenen noch die Frage nach der Einbettbarkeit in Ebenen mit größeren topologischen Parametern offen. Hier bietet es sich an, die inzwischen bewährte gruppentheoretische Rekonstruktionsmethode anzuwenden (s. unten).

Stabile Ebenen: In diesen Strukturen haben je zwei verschiedene Punkte eine eindeutig bestimmte Verbindungsgerade, aber es darf Paare nichtschneidender Geraden geben (wie etwa in affinen Ebenen oder in der hyperbolischen Geometrie). Die Mengen P und G sollen Topologien derart tragen, dass Verbinden und Schneiden stetig sind; letzteres eben auf der Menge D der Paare schneidender Geraden. Außerdem wird verlangt, dass die Menge D offen in der Menge aller Paare von Geraden ist: dieses „Stabilitätsaxiom" scheidet Objekte wie den reellen dreidimensionalen affinen Raum aus. Klassische Beispiele sind die reelle projektive, affine und hyperbolische Ebene, allgemeiner sind offene Unterebenen von kompakten projektiven Ebenen stets stabile Ebenen (und das ist noch nicht alles). Um zu einer reichhaltigen Theorie zu kommen, setzt man oft voraus, dass P und G lokal kompakt seien. Hilberts erstes Beispiel einer nicht desarguesschen ebenen Geometrie (vgl. [27], [22]) ist ein sehr interessantes Beispiel einer stabilen Ebene. Vergröbernd darf man feststellen, dass alle in den Grundlagen der Geometrie relevanten Beispiele entweder stabile Ebenen oder aber endlich sind.

Einen Bericht über den (damaligen) Stand der Theorie stabiler Ebenen gibt [10] Section 3. Meine Habilitationsschrift [26] enthält unter anderem die Bestimmung aller stabilen Ebenen mit hinreichend großer Automorphismengruppe. Peter Maier und Anke Wich wurden mit von mir betreuten Projekten über stabile Ebenen promoviert, derzeit wird diese Thematik vor allem durch Rainer Löwen und Harald Löwe in Braunschweig und meine Doktoranden Tanja Dörfner und Thomas Schneider in Stuttgart untersucht.

Mich interessieren insbesondere die folgenden Fragen:

- Welche fast- oder halbeinfachen lokal kompakten zusammenhängenden Gruppen wirken effektiv auf 8- oder 16-dimensionalen stabilen Ebenen? (In diesem Zusammenhang wird es nötig sein, sich detaillierte Information über den Untergruppenverband dieser Gruppen zu beschaffen.)
- Wie weit tragen Verfahren, die stabile Ebenen aus Liegruppen mit Partitionen in Untergruppen konstruieren?
- Welche der bekannten stabilen Ebenen lassen sich als offene Unterebenen in größere (insbesondere affine oder projektive) stabile Ebenen einbetten?
- Welche der bekannten stabilen Ebenen lassen sich einbetten in stabile Ebenen höherer Dimension?
- Welche Halbgruppen wirken als Endomorphismen-Halbgruppen auf stabilen Ebenen? Wie hängen Einbettbarkeit der Halbgruppen in Gruppen und Einbettbarkeit der Ebenen als offene Unterebenen zusammen?

Topologische verallgemeinerte Polygone: Verallgemeinerte Polygone sind Tits-Gebäude vom Rang 2; einfacher ausgedrückt: Ein verallgemeinertes n-Eck ist eine Inzidenzstruktur, deren Inzidenzgraph Durchmesser n und Taillenweite $2n$ hat. Damit sind Verbindungen der Länge kleiner n im Inzidenzgraph eindeutig, und man erhält geometrische Operationen (die für topologische verallgemeinerte n-Ecke als stetig vorausgesetzt werden).
Topologische verallgemeinerte Polygone wurden in letzter Zeit vor allem durch Linus Kramer in Darmstadt und Theo Grundhöfer in Würzburg sowie Andreas Schroth und Norbert Knarr untersucht. In Darmstadt publiziert Harald Biller zu einschlägigen Themen.

Nachdem Harald Biller in seiner von mir betreuten Dissertation [1] die möglichen Wirkungen kompakter Gruppen auf kompakten Vierecken mit 1-dimensionalen Geraden gründlich untersucht hat, gilt es, Methoden für den Fall von Geraden höherer Dimension zu entwickeln. Außerdem erscheint es nun machbar, Wirkungen nicht kompakter Gruppen zu untersuchen. Aufgrund der Erfahrungen mit der Theorie kompakter projektiver Ebenen besteht Grund zu hoffen, dass dabei auch Konstruktionsverfahren für nicht klassische Vierecke abfallen. Da fahnenhomogene Vierecke bereits gut verstanden sind [9], wird man hierbei auf die von mir entwickelte Verallgemeinerung der Freudenthal-(Higman-McLaughlin-)Methode zurückgreifen müssen, die unten angesprochen wird.
Erste Ergebnisse über lokal kompakte zusammenhängende Elationsvierecke wurden in [32] erzielt, aktuell einschlägig ist das Promotionsprojekt von Antje Rothmund in Stuttgart.

Sphärische Unitale: Die Menge der absoluten Punkte einer hermiteschen Polarität einer klassischen Ebene bildet zusammen mit den Spuren der Sekanten ein so genanntes Unital. Im endlichen Fall kann man diese Geometrien allein durch ihre kombinatorischen Parameter bestimmen. Im kompakt zusammenhängenden Fall ergeben sich Sphären, die Schnitte der Sekanten bilden dabei ein System von Teilsphären fester Dimension (und mit weiteren guten Eigenschaften). Einschlägige Untersuchungen findet man in Arbeiten von Stefan Immervoll, vgl. [13].

Es werden einerseits Unitale in nicht klassischen Ebenen untersucht (besonders interessant ist hier die Frage nach Einbettungen klassischer Unitale in nicht klassische Ebenen – oder umgekehrt), andererseits werden die Unitale auch als Geometrien eigenen Rechts betrachtet. Hier stellt sich insbesondere die Frage nach Charakterisierungen der klassischen Unitale. In diesem Zusammenhang wird vor allem die Bestimmung der vollen Automorphismengruppe relevant. Zusammen mit Hendrik Van Maldeghem [41] bin ich derzeit dabei, einschlägige Ergebnisse von Jacques Tits [42] zu verallgemeinern.

Um die (sphärischen) Unitale in kompakt zusammenhängenden Ebenen zu verstehen, wurden sämtliche Polaritäten der homogensten Beispiele solcher Ebenen bestimmt [37] und deren Zentralisatoren samt ihrer Wirkung auf den polaren Unitalen untersucht [36]. In einer Familie von Translationsebenen wurden sehr homogene nicht polare Unitale konstruiert [38]. Diese ergeben sich zusammen mit den klassischen aus einem sehr allgemeinen Konstruktionsverfahren, das die innere affine Geometrie einer Translationsebene ausnutzt [40].

Endliche Inzidenzstrukturen

Die im topologischen Kontext unter Kompaktheits-Voraussetzungen betrachteten Fragen haben oft natürliche Entsprechungen im endlichen Fall. Beispielsweise lassen sich die in [32] für kompakte zusammenhängende Elationsvierecke entwickelten Verfahren direkt auf den Fall von Elationsvierecken der Ordnung (p, p) für p prim übertragen und liefern einen alternativen (aber verallgemeinerungsfähigen) Zugang zu dem (aus [2] bereits bekannten) Ergebnis, dass jedes solche Viereck isomorph oder dual zum symplektischen Viereck $W(q)$ ist. Auch der Fall komplizierterer Ordnungen dürfte Analogien zum zusammenhängenden Fall aufweisen. An einschlägigen Problemen arbeitet meine Doktorandin Antje Rothmund in Stuttgart.

Wirkungen von Gruppen auf Inzidenzstrukturen

Eine Wirkung einer Gruppe G auf einer Inzidenzstruktur $((A_t)_{t\in T}, F)$ ist gegeben durch eine Familie von Wirkungen von G auf A_t, die die Fahnenmenge F (als Teilmenge des cartesischen Produkts) invariant lässt. Ein altes (und sehr elementares) Lemma der Gruppentheorie besagt, dass man eine transitive Gruppenwirkung im Wesentlichen kennt, wenn man den Stabilisator eines Punktes kennt: die Wirkung ist dann äquivalent zur Wirkung der Gruppe durch Multiplikation auf dem Nebenklassenraum. Schon in den Fünfzigern des vergangenen Jahrhunderts hat Hans Freudenthal diese Beschreibung auf Wirkungen von Gruppen auf Inzidenzstrukturen ausgedehnt, die transitiv auf der Fahnenmenge sind. Allerdings treten (insbesondere beim Studium stabiler Ebenen und topologischer verallgemeinerter Polygone) oft Wirkungen auf, die nur eine Abschwächung dieser Forderung erfüllen: man findet (mit etwas Glück) Repräsentantensysteme für die Bahnen auf den einzelnen Mengen A_t sowie auf F, die so gut zusammen passen, dass die gesamte Inzidenzstruktur wieder durch Nebenklassenräume beschrieben werden kann.

Mein Interesse an dieser Methode rührt her von der Tatsache, dass dies oft erlaubt, eine Inzidenzstruktur aus einer Gruppenwirkung zu „rekonstruieren" und damit zu identifizieren (bis auf Isomorphie). Dies führt zu verschiedenen Eindeutigkeitssätzen. Die Rekonstruktionsmethode lässt sich in einen kategoriellen Rahmen fassen [25], dabei werden auch Homomorphismen (Einbettungen, Quotienten, Endomorphismen) gut greifbar. Eine meiner Doktorandinnen (Anke Wich) befasste sich mit der Ausarbeitung dieser Theorie [43].

Halbgruppen und Inzidenzgeometrie

Während Wirkungen von Gruppen auf Inzidenzstrukturen ein etabliertes Forschungsgebiet darstellen, steckt die Untersuchung von Halbgruppenwirkungen noch in den Kinderschuhen. Es liegen allerdings erste Ergebnisse vor, die inzidenzgeometrische Betrachtungen beim Studium von Unterhalbgruppen klassischer Gruppen ausnutzen; vgl. [16]. Bei stabilen Ebenen scheint die Betrachtung von Endomorphismenhalbgruppen lohnend; dies wurde in [24] begonnen und in [11] zu einem fundamentalen Einbettbarkeitsresultat geführt. Hier stößt man auf kürzbare Halbgruppen; damit wird die Frage nach der Einbettbarkeit in Gruppen (die allgemein für nicht kommutative Halbgruppen auch im kürzbaren Fall nicht gegeben ist) interessant. Es liegt nahe, auch Endomorphismen konvexer Unterebenen angeordneter Ebenen zu untersuchen.
Einschlägige Fragestellungen werden in Stuttgart auch von meiner Doktorandin Tanja Dörfner untersucht.

Literaturverweise

1. H. Biller, *Actions of Compact Groups on Spheres and on Generalized Quadrangles*, Dissertation, Stuttgart, 1999.
2. I. Bloemen, J.A Thas und H. Van Maldeghem, *Elation generalized quadrangles of order (p, t), p prime, are classical*, J. Stat. Plann. Inference **56**, No.1 (1996), 49-55.
3. H. Glöckner, *Haar measure on linear groups over local skew fields*, J. Lie Theory **6** (1996), 165–177.
4. H. Glöckner, *Scale functions on p-adic Lie groups*, Manuscripta Math. **97** (1998), no. 2, 205–215.
5. H. Glöckner, *Scale functions on linear groups over local skew fields*, J. Algebra **205** (1998), no. 2, 525–541.
5. H. Glöckner, *Uniscalar p-adic Lie groups,* Forum Math. **13** (2001), 413-421.
6. H. Glöckner, *Real and p-adic Lie algebra functors on the category of topological groups*, Pac. J. Math. **203** (2002), 321-368.
7. H. Glöckner, *Contraction groups for tidy automorphisms of totally disconnected groups*, Glasg. Math. J. **47** (2005), 329–333.
8. H. Glöckner, *Every smooth p-adic Lie group admits a compatible analytic structure*, Forum Math. **18** (2006), 45–84.
9. T. Grundhöfer, N. Knarr, L. Kramer, *Flag-homogeneous compact connected polygons*, Geom. Dedicata **55** (1995), 95–114.
10. T. Grundhöfer und R. Löwen, *Linear Topological Geometries*, in: F. Buekenhout (ed.), Handbook of Incidence Geometry, Elsevier 1995.
11. T. Grundhöfer und M. Stroppel, *Direct limits and maximality of stable planes*, Arch. Math. **75** (2000), 65–74.
12. T. Grundhöfer und M. Stroppel, *Automorphisms of Verardi groups: small upper triangular matrices over rings*, Manuskript (eingereicht), Stuttgart 2004.
13. S. Immervoll, *Topological and smooth unitals*, Adv. Geom. **1** (2001), no. 4, 333–344.
14. S. Kohl, *Counting the orbits in finite simple groups under the action of the automorphism group - Suzuki groups vs. linear groups*, Comm. Algebra **30** (2002), no. 7, 3515–3532.
15. S. Kohl, *Classifying finite simple groups with respect to the number of orbits under the action of the automorphism group*, Comm. Algebra **32** (2004), no. 12, 4785–4794.
16. J.D. Lawson, *Semigroups in Möbius and Lorentzian Geometry*, Geometriae Dedicata **70** (1998) 139-180.
17. P. Maier, *Partitions of Lie Goups and Point-Regular Stable Geometries*, Dissertation, Darmstadt, 1998.
18. P. Maier, *Stable planes from Lie groups with planar partitions*, Geom. Dedicata **83**, No.1-3 (2000), 217-228.
19. P. Maier, *On a special class of Frobenius groups admitting planar partitions*, J. Lie Theory **11**, No.2 (2001), 459-468.
20. H. Mäurer und M. Stroppel, *Groups that are Almost Homogeneous*, Geometriae Dedicata **68** (1997) 229–243.
21. H. Salzmann, D. Betten, T. Grundhöfer, H. Hähl, R. Löwen, M. Stroppel, *Compact Projective Planes*, Expositions in Mathematics **21**, De Gruyter, Berlin etc. 1995.
22. T. Schneider und M. Stroppel, *Automorphisms of Hilbert's Non-Desarguesian Affine Plane and its Projective Closure*, Manuskript (eingereicht), Bruchsal–Stuttgart (2006).
23. M. Schwachhöfer und M. Stroppel, *Finding Representatives for the Orbits under the Automorphism Group of a Bounded Abelian Group*, J. Algebra **211** (1999), 225–239.
24. M. Stroppel, *Endomorphisms of stable planes*, Seminar Sophus Lie, **2** (1992) 75–81.

25. M. Stroppel, *A categorical glimpse at the reconstruction of geometries*, Geom. Dedicata **46** (1993), 47–60.
26. M. Stroppel, *Stable planes with large groups of automorphisms: the interplay of incidence, topology, and homogeneity*, Habilitationsschrift, Technische Hochschule Darmstadt, 1993.
27. M. Stroppel, *Bemerkungen zur ersten nicht desarguesschen ebenen Geometrie bei Hilbert*, J. Geometry **63** (1998), 183–195.
28. M. Stroppel, *Homogeneous locally compact groups*, J. Algebra **199** (1998) 528–543.
29. M. Stroppel, *Homogeneous symplectic maps and almost homogeneous Heisenberg groups*, Forum Math. **11** (1999), 659–672.
30. M. Stroppel, *Embeddings of almost homogeneous Heisenberg groups*, J. Lie Theory **10** (2000), 443–453.
31. M. Stroppel, *Locally Compact Groups with Many Automorphisms*, J. Group Theory **4** (2001), 427–455.
32. M. Stroppel, *Compact three-dimensional elation quadrangles*, Geometriae Dedicata **83** (2000), 149–167.
33. M. Stroppel, *Finite simple groups with few orbits under automorphisms*, Manuskript, Stuttgart 2000.
34. M. Stroppel, *Locally Compact Groups with few orbits under automorphisms*, Topology Proceedings, **26** (2001-2002), 819–842.
35. M. Stroppel, *Polarities of Symplectic Quadrangles*, Bull. Belg. Math. Soc. **10** (2003), 437–449.
36. M. Stroppel, *Polar unitals in compact eight-dimensional planes*, Arch. Math. **83** (2004), 171–182.
37. M. Stroppel, *Polarities of compact eight-dimensional planes*, Monatsh. Math., **144** (2005), 317–328.
38. M. Stroppel, *Affine parts of topological unitals*, Adv. Geom. **5** (2005), 533–557.
39. M. Stroppel, *Locally Compact Groups*, EMS Textbooks in Mathematics 3, European Mathematical Society Publishing House, Zürich, (2006), 312 pages. ISBN 3-03719-016-7.
40. M. Stroppel, *Generalizing Buekenhout-Metz unitals*, Manuskript, Stuttgart 2006.
41. M. Stroppel und H. Van Maldeghem, *Automorphisms of unitals*, Bull. Belg. Math. Soc. **12** (2006), 895–908.
42. J. Tits, *Résumé de cours et travaux*, Annuaire du Collège de France 1996–1997, 97^{e} année, Paris, pp. 89–102.
43. A. Wich, *Sketched stable planes*, Dissertation, Stuttgart, 2003.