

Differentialtopologie

In diesem Seminar besprechen wir die ersten Kapitel des Buches "Differential Topology" von V. Guillemin und A. Pollack [1]. Die *Differentialtopologie* beschäftigt sich unter anderem mit speziellen Abbildungen zwischen Mannigfaltigkeiten (z.B. Immersionen und Submersionen) sowie der Transversalität und der Schnitttheorie von Untermannigfaltigkeiten. Genau diese Konzepte wollen wir studieren.

1. **Submersionen und Transversalität.** (S. 20 – 32) Lokale Form einer Submersion, Urbilder regulärer Werte sind Mannigfaltigkeiten, Orthogonale Gruppe als Beispiel, Transversalität und Eigenschaften
2. **Homotopie, Stabilität und der Satz von Sard.** (S. 33 – 45) Homotopie und Stabilität definieren, Beschreibung welche Klassen von Abbildungen stabil sind, Satz von Sard (ohne Beweis) und Korollare sowie Anwendungen davon, Grundzüge der Morsetheorie.
3. **Whitney-Einbettungssatz.** (S. 48 – 54) Beweis des Whitney-Einbettungssatz.
4. **Mannigfaltigkeiten mit Rand und Brouwerscher Fixpunktsatz.** (S. 57 – 67) Definition von Mannigfaltigkeiten mit Rand, Eigenschaften, Transversalität und Satz von Sard für Mannigfaltigkeiten mit Rand, Brouwerscher Fixpunktsatz.
5. **Transversalität ist eine generische Eigenschaft.** (S.67 – 73) Beweis, dass jede Abbildung mit einer beliebig kleinen Deformation transversal zu einer Untermannigfaltigkeit gemacht werden kann, Fortsetzungen von transversalen Abbildungen.
6. **Schnittzahl modulo 2.** (S. 77 – 82) Definition der Schnittzahl, Beweis der Wohldefiniertheit, Erweiterungen auf Mannigfaltigkeiten mit Rand.
7. **Jordan-Brouwer-Zerlegungssatz.** (S. 85 – 90) Windungszahl, Beweis des Zerlegungssatzes.
8. **Der Satz von Borsuk-Ulam.** (S. 91 – 93) Anwendung der Windungszahl, verschiedenen Varianten des Satzes.
9. **Orientierungen.** (S. 94 – 102) Einführung von Orientierungen, Beispiele, Orientierungen von Untermannigfaltigkeiten
10. **Schnittzahl.** (S. 107 – 116) Schnittzahl für orientierte Untermannigfaltigkeiten, Eigenschaften der Schnittzahl, Anwendungen und Beispiele
11. **Fixpunktsatz von Lefschetz I.** (S.119-124) Lefschetz-Zahl, Formulierung des Satzes, Möglichkeiten zur Berechnung der Lefschetz-Zahl.
12. **Fixpunktsatz von Lefschetz II.** (S.124-132) Berechnung der Euler-Charakteristik von geschlossenen Flächen, Eigenschaften von Lefschetz-Fixpunkten.

Literatur

- [1] V. Guillemin und A. Pollack, *Differential topology*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1974, S. xvi+222.