



MOCK-EXAM ZUR SPIELTHEORIE 2025

Michael Eisermann & Friederike Stoll, eiserm.de/lehre/2025/Spieltheorie



Spieltheorie ist faszinierend... *anders*. Beliebt ist unsere Klausur *vor* dem Semester. Hier die Challenge. Wie können Sie prüfen, ob *Sie* zur Spieltheorie passen? Wir helfen gerne: Meistern Sie diese Klausur! Zur Spielpraxis P vergeben wir im Casino am 11.04.2025 attraktive Sofortgewinne. Spielteilnahme ab 18 über Ilias. Wer die Mathematik M beherrscht, darf ab 08.04.2025 an der Vorlesung teilnehmen.

M Mathematische Grundlagen: Haben Sie das Handwerkszeug?

M1: Jede Menge Spiel! Jede Menge X_0 definiert ein Spiel: Alice wählt ein Element $X_1 \in X_0$, dann Bob $X_2 \in X_1$, und so weiter immer abwechselnd. Wer nicht mehr ziehen kann, verliert. Bei der Startmenge $U = \{\{\{\}\}, \{\{\{\}\}\}\}$ und fehlerfreiem Spiel gewinnt Alice Bob. Bei der Startmenge $V = \{U, \{U, \{U\}\}\}$ und fehlerfreiem Spiel gewinnt Alice Bob.

M2: Induktion? Kinderspiel! Auf dem Tisch liegt die Beute von $n \in \mathbb{N}$ Münzen, davon nimmt Bonnie $b \in \{1, 2, 4\}$ Münzen weg, dann nimmt Clyde $c \in \{1, 3, 4\}$, usw. immer abwechselnd. Wer nicht mehr ziehen kann, verliert. Wer von beiden kann durch fehlerfreies Spiel gewinnen?

Ab $n =$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...	2025
gewinnt	C	B	B	<input type="checkbox"/>	B	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	...	<input type="checkbox"/>

M3: Quantorenlogik ist auch nur ein Spiel! Wir spielen mit der Folge $x_n = \sum_{k=0}^n 1/k! \in \mathbb{Q}$.
Behauptung C: $\forall \varepsilon \in \mathbb{Q}_{>0} \exists a \in \mathbb{Q} \exists s \in \mathbb{N} \forall n \in \mathbb{N}_{\geq s} : |x_n - a| < \varepsilon$ $\exists a$ $\forall a$
Behauptung K: $\exists a \in \mathbb{Q} \forall \varepsilon \in \mathbb{Q}_{>0} \exists s \in \mathbb{N} \forall n \in \mathbb{N}_{\geq s} : |x_n - a| < \varepsilon$ $\exists a$ $\forall a$
Eva spielt die Existenzquantoren, wählt jeweils ihr Element und will die Aussage beweisen. Vdam spielt die Allquantoren, wählt jeweils sein Element und will die Aussage widerlegen. Gezogen wird wie üblich, von links nach rechts. Wer von beiden kann den Gewinn erzwingen?

M4: Wir spielen jektiv! Wie viel Prozent aller Abbildungen sind injektiv oder surjektiv?

Abbildungen	$0 \rightarrow 3$	$1 \rightarrow 3$	$2 \rightarrow 3$	$3 \rightarrow 3$	$3 \rightarrow 2$	$3 \rightarrow 1$	$3 \rightarrow 0$	$23 \rightarrow 365$	$80 \rightarrow 30$
Prozentsatz	<input type="checkbox"/>	100	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	100	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Nach John von Neumann schreiben wir $0 = \{\}$, $1 = \{0\}$, $2 = \{0, 1\}$, $3 = \{0, 1, 2\}$, usw. Geben Sie die Antwort in Prozent, gerundet auf den nächsten Prozentpunkt, -1 falls nicht definiert.

M5: Klausuren als Glücksspiel? Klausuren enthalten bekanntlich routinierte Aufgaben (0, ..., 4) und spannende Aufgaben (5, ..., 9). Ihnen wird zufällig eine von drei Klausuren gestellt, entweder $A = \{0, 1, 2, 3, 5\}$ oder $B = \{0, 1, 2, 5, 6\}$ oder $C = \{0, 1, 5, 6, 7\}$. Die fünf Aufgaben werden in zufällige Reihenfolge gebracht, gleichverteilt über alle Möglichkeiten. Wenn die erste Aufgabe routiniert ist, mit welcher Wkt ist dann die letzte spannend?
Wenn die letzte Aufgabe spannend ist, mit welcher Wkt ist dann die erste routiniert?

Aufrichtige Selbstauskunft: Bei der Lösung haben mir geholfen mein Studium Mitschriften Skripte Bücher Internet ChatBots WAlpha o.ä. Python o.ä. Mitstudierende
Ich finde diese Auswahl von fünf Fragen gut machbar herausfordernd langweilig / stumpfsinnig motivierend / denkanregend ungewöhnlich (freie Antwort)

P Praktische Anwendung: experimentelle Spieltheorie im Casino

In Teil M zeigen Sie spielend Ihr mathematisches Handwerk. Wenn Sie das begeistert, dann sind Sie hier richtig. In Teil P geht es nun um Interaktion. Sei n die Gesamtzahl der anderen Teilnehmer:innen.

P1: Take it or leave it? ($-6n$ bis $+4n$ Punkte) Wählen Sie bis zu vier der folgenden Optionen:
 Sie bekommen n Punkte hinzu, jede:r andere verliert 0 Punkte.
 Sie bekommen n Punkte hinzu, jede:r andere verliert 1 Punkte.
 Sie bekommen n Punkte hinzu, jede:r andere verliert 2 Punkte.
 Sie bekommen n Punkte hinzu, jede:r andere verliert 3 Punkte.

P2: Sharing is caring. ($-4n$ bis $+6n$ Punkte) Wählen Sie bis zu vier der folgenden Optionen:
 Sie geben freiwillig n Punkte ab, jede:r andere bekommt 0 Punkte hinzu.
 Sie geben freiwillig n Punkte ab, jede:r andere bekommt 1 Punkte hinzu.
 Sie geben freiwillig n Punkte ab, jede:r andere bekommt 2 Punkte hinzu.
 Sie geben freiwillig n Punkte ab, jede:r andere bekommt 3 Punkte hinzu.

P3: Punktelotterie: Zocken mit Risiko (von -100 bis $+100$ Punkte) Wir lösen für Sie zehn zufällige 0-1-Antworten aus. Für jede richtig geratene Antwort erhalten Sie 10 Punkte, für jede falsche verlieren Sie 10 Punkte. Ein leerer oder doppelter Tipp gibt demnach 0 Punkte.

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1

P4: Punktelotterie: Zocken mit Bailout (von 0 bis 100 Punkte) Wir lösen unabhängig zehn weitere 0-1-Antworten aus. Diesmal wird eine negative Gesamtpunktzahl als Null gewertet.

<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0	<input type="checkbox"/> 0
<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> 1

P5: Klein, aber mein! (0 oder 100 Punkte) Sie wählen in $\mathbb{Z}_{>0}$ und nennen Ihre Zahl:
Die kleinste Einzelnennung bekommt 100 Punkte, alle anderen bekommen 0 Punkte.

P6: Möglichst klein, aber allein! (0 oder 100 Punkte) Dasselbe Spiel nochmal.

P7: Zufällig richtig? (20 Punkte) Wenn Sie zufällig und gleichverteilt eine der folgenden fünf Antworten ankreuzen, mit welcher Wahrscheinlichkeit tippen Sie richtig?
 0% 10% 20% 30% 40%

P8: Zufällig falsch? (0 Punkte) Wenn Sie zufällig und gleichverteilt eine der folgenden fünf Antworten ankreuzen, mit welcher Wahrscheinlichkeit tippen Sie richtig?
 0% 10% 20% 20% 40%

P9: Zwei Drittel vom Mittel (bis zu $10q$ Punkte) Sie tippen eine ganze Zahl $x \in \{0, 1, \dots, 100\}$. Aus allen q Tipps berechnen wir $2/3$ des Mittelwerts und runden ab, also $z = \lfloor \frac{2}{3q} \sum_{k=1}^q x_k \rfloor$. Jeder der p Tipps, die dem Ziel z am nächsten liegen, gewinnt $\lfloor 10q/p \rfloor$ Punkte.

A Antworten auf seltene Fragen

A.1 „Was kann ich gewinnen?“

Wer im Praxisteil P mindestens 60 Punkte erreicht, gewinnt ein:e Spezi. Wohl bekomm's!

Wer die grundlegende Mathematik M beherrscht, gewinnt Erleuchtung und unseren Respekt.

A.2 „Ist das ernst gemeint?“

Wir gehen neue Wege und schreiben diesmal diese schöne Klausur *vor* unserer Veranstaltung, getreu dem oft skandierten Slogan: Weniger (Wissen) ist mehr (Ratespaß). Das ist fair, gerecht, demokratisch, und wirkt gegen die Bildung von Wissenseliten. Jede:r darf teilnehmen.

Dieses neue und innovative *Mock Exam* entstand aus angeregten Diskussionen in der Fachgruppe Mathematik. Nebenbei erfinden wir (in Teil P) die Klausur-Parodie als ein neues Genre der Uni-Literatur. Als Instrument zur Notenfindung ist unser kontroverses Klausurkonzept noch heftig umstritten, dennoch und gerade deshalb können Sie dabei viel lernen.

A.3 „Was kann ich hier lernen?“

Der Praxisteil P soll vor allem Spaß machen, er darf auch zum Nachdenken anregen. Immerhin gibt es etwas zu gewinnen! Der Grundlagenteil M soll zum Nachdenken anregen, er darf auch Spaß machen. Er ist tatsächlich ernst gemeint und antwortet auf die oft gestellte Ratfrage: „Was muss ich für die Spieltheorie als Voraussetzungen mitbringen?“ Wir haben exemplarisch ein paar Fragen zusammengestellt, mit deren Hilfe Sie Ihre Antwort selbst erspüren können.

😊 Wenn Sie sich für die obigen Fragen begeistern, sowohl die spielerischen Anwendungen (erfolgreiche Strategien) als auch die mathematischen Methoden (klare Definitionen, starke Sätze, lückenlose Beweise), dann sind Sie in der Spieltheorie vermutlich richtig.

😞 Wenn die obigen Fragen Sie kalt lassen, reale Anwendungen Sie nicht besonders anspornen oder knallharte Mathematik Sie überfordert, dann sind Sie in der Spieltheorie vermutlich falsch. Mathematik ist anstrengend und lohnend. Investieren Sie in die Grundlagen!

Wem die Mathematik M Freude bereitet, wird sich in der Vorlesung wohlfühlen. Wer sich für die Praxis P begeistert, wird an unserem wöchentlichen Casino viel Freude haben. Die eine oder der andere möchte vielleicht sogar beides, das ist erlaubt, gar willkommen.

A.4 „Wie geht es weiter?“

Alle, die es genau wissen wollen, nehmen im Sommersemester 2025 an der Spieltheorie teil, **Vorlesung mit Übung** (9LP) und optional **Casino Royal** (0LP).

Mögen die Spiele beginnen!

Seien Sie dabei!

Z Zusammenfassung; TLDR

Die Spieltheorie ist unser Premiumprodukt: fantastische Übungen zu mitreißender Vorlesung, dazu das Casino mit echten €\$to. Sie mobilisiert wunderschöne Mathematik und bereitet Denkfriede. Sie bietet fabelhafte Erkenntnisse und relevante Anwendungen. Wie entscheiden Sie richtig?

Wir helfen Ihnen gerne: Gönnen Sie sich dieses *mock exam* als ernsthaft-spielerische Probe!



Um von der Spieltheorie zu profitieren, benötigen Sie und erwarten wir von Ihnen:

- **Engagement:** Wissbegier, Lernfreude, Sorgfalt, Ausdauer, regelmäßige Mitarbeit, ...
- **Mathematische Reife:** sichere Grundlagen, Freude an Theorie *und* Anwendungen, ...

Jede:r prüfe sich selbst!

*Verstehen kann man das Leben nur rückwärts;
leben muss man es aber vorwärts.*
Søren Kierkegaard (1813–1855)

Quidquid agis, prudenter agas et respice finem!
[Was immer du tust, handle klug und bedenke das Ende!]

*Prophetische Rede verachtet nicht.
Alles aber prüfet, das Gute behaltet.*
Die Bibel, 1. Thessalonicher 5, 20–21