

## Übungsblatt 5: Wahrscheinlichkeitstheorie

*Für die Prüfungsvorbereitung am 23.02.2018*

**1 Seines Glückes Schmied** Ein Tutor der HM3 (vertieft) ist unzufrieden mit den Frauenquoten seiner Übungsgruppen der letzten Semester und traut den Assistenten und ihrem "zufälligen" Programm zur Einteilung der Übungsgruppen nicht mehr. Als eine Assistentin ihr Büro verlässt, sieht er seine Chance, geht an den PC im Büro und will die Einteilung der 399 Studierenden, davon 61 Frauen, auf seine beiden jeweils 30 Personen großen Übungsgruppen selbst vornehmen. Zu seinem Schreck stellt er fest, dass das Programm nur Matrikelnummern, und keine Namen, der Studierenden anzeigt. Er wählt trotzdem 60 Matrikelnummern aus und weist sie seinen Gruppen zu.

- (a) Wie ist die Wahrscheinlichkeit der Anzahl Frauen in den Übungsgruppen dieses Tutors verteilt? Was ist der Erwartungswert der Anzahl Frauen in beiden Übungsgruppen addiert?
- (b) Was ist die Wahrscheinlichkeit für "den Traum" von 60 Frauen in seinen Übungsgruppen? Runden Sie auf einen Prozent.
- (c) Das scheint unwahrscheinlich. Der Tutor wäre aber auch schon mit 30 Frauen zufrieden. Wie groß ist (exakte) die Wahrscheinlichkeit dafür? Approximiert? (Die Standardabweichung der Anzahl Frauen beträgt ca. 2.6).

**2 Never change a winning horse** Eine Toilette an einer Universität hat einen Handtuchspender, der mit Wahrscheinlichkeit  $p = 0.8$  blockiert, d.h. keine Handtücher spendet.

- (a) Die Universitätsleitung möchte diesem Problem entgegenwirken. Sie installiert einen zweiten, baugleichen Handtuchspender in der Toilette. Der erste Handtuchspender hat nun durch Verschleiß jedoch schon eine Wahrscheinlichkeit von  $p_1 = 0.81$  zu blockieren. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beide blockiert sind? Sie können davon ausgehen, dass Handtuchspender unabhängig voneinander blockieren.
- (b) Die Universitätsleitung sieht das als gelungene Verbesserung und installiert nun jedes Jahr einen weiteren Handtuchspender in der Toilette. Durch Verschleiß steigt die Wahrscheinlichkeit des Blockierens jedoch pro Jahr um 0.01 bei jedem einzelnen Handtuchspender. Als Sie die Toilette betreten, hängen 18 Handtuchspender an der Wand. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass alle 18 Handtuchspender blockieren? Runden Sie Ihr Ergebnis auf einen Prozent.

**3 High Noon** Herr G hat die Spotteleien von Herrn M satt und fordert ihn zu einem Wild-West-Duell am Mittag heraus. Es wird per Münzwurf entschieden, wem die Sonne beim Duell ins Gesicht scheinen wird. Als bester Revolverheld des Wilden

Westens hat Herr G eine Treffsicherheit von 70%, falls er nicht entgegen der Sonne schauen muss, und 30%, falls doch. Zudem könnte er mit 50%iger Wahrscheinlichkeit einen Tag mit besonders trockenen Augen haben, wodurch seine Treffsicherheit unter Sonneneinstrahlung nochmals um 10% sinkt. Natürlich spielt Herr M niemals fair und benutzt seine persönliche, "besondere" Münze, die eine  $\frac{2}{3}$ -Chance auf Kopf hat, wodurch Herr G gegen das Sonnenlicht schauen müsste.

- (a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird Herr M bei einem solchen Duell getroffen?
- (b) PENG PENG! und der Halunke liegt im Dreck. Noch jahrelang erzählt der vom Duell unversehrte Herr G wie er Sonnenstrahlen und Augentrockenheit trotzen musste, um Herrn M die Gerechte Strafe zukommen zu lassen. Doch wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für diese Umstände im Falle eines Treffers wirklich?