

Übungsblatt 3: Differentialgleichungen

Für die Prüfungsvorbereitung am 21.02.2018

1 Zuerst ein gutes Fundament legen. Gegeben sei die lineare Differentialgleichung

$$y''' - y'' + 4y' - 4y = b(x).$$

- (a) Bestimmen Sie ein reelles Fundamentalsystem der homogenen DGL.
- (b) Bestimmen Sie alle Lösungen für $b(x) = e^x$.
- (c) Bestimmen Sie alle Lösungen für $b(x) = \cos(x)$ mit zwei verschiedenen Ansätzen.
- (d) Bestimmen Sie die Lösung für $b(x) = 5e^x + 6\cos(x)$ mit $y(0) = 1, y'(0) = 3$ und $y''(0) = 0$.

2 Grün grün grün sind alle meine Lösungen. Lösen Sie die Differentialgleichung

$$y'' + 2y' + y = \frac{1}{e^x(x^2 + 1)}$$

mit den Anfangsbedingungen $y(0) = y'(0) = 0$. Machen Sie anschließend die Probe.

3 Alle Wege führen nach Rom. Wir betrachten die folgenden Differentialgleichungen:

- $y' = x^2 + y + x^2y + 1, y(0) = 0,$
 - $y' = \sqrt{1 - y^2}, y(0) = 0,$
 - $\ln(x) + y\cos(xy) + x\cos(xy)y' = 0, y(1) = 0.$
- (a) Untersuchen Sie die Differentialgleichungen auf Separierbarkeit, Linearität, Exaktheit oder Existenz eines integrierenden Faktors, sowie Eindeutigkeit der Lösung.
- (b) Lösen Sie die Differentialgleichungen auf alle möglichen, Ihnen bekannten Arten.

4 Ad nauseam Lösen Sie die Differentialgleichungen

- (a) $y' = \frac{y}{x} + e^{x^2}y^2.$
- (b) $(2x^2y - 2x)y' = 2y - 2xy^2 - 1$ mit $y(1) = 2.$
- (c) $y'' = \sin(x) - y$ mit $y(0) = y'(0) = 1.$