

## Übungsblatt 3: Wahrscheinlichkeit

*Für die Prüfungsvorbereitung am 10. Februar 2016*

### 1 Zum Glück nur ein Traum!

Sie schreiben die HM3-Modulprüfung und fangen gerade die Aufgabe zu Integralsätzen im Raum, die Sie nicht gelernt haben, an. Ihrem handgeschriebenen Blatt entnehmen Sie, dass es 3 solche Integralsätze gibt. Zu Ihrem Horror stellen Sie fest, dass es 9 Aufgabenteile gibt, für die Sie je den passenden Integralsatz erraten müssen.

- (a) Welche Verteilung gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit sie bei  $k$  Aufgabenteilen richtig raten? Bestimmen Sie deren Erwartungswert, Varianz und Streuung.
- (b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie genau 6 Aufgabenteile richtig bearbeiten? (Unter der Annahme, dass die Auswahl des passenden Integralsatzes alles ist, was Sie sonst daran hindern würde.)
- (c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie höchstens 3 Aufgabenteile richtig bearbeiten? Und die, dass Sie mindestens 3 richtig bearbeiten?
- (d) In einem Albtraum hat Prof. Eisermann utopische Erwartungen. Er stellt keine 9 sondern 9000 Aufgaben dieser Art. Berechnen Sie für Ihren Albtraum wie zuvor Erwartungswert, Varianz und Streuung. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie zwischen 3100 und 3200 Aufgaben richtig bearbeiten? Runden Sie Ihr Ergebnis auf einen Prozentpunkt.
- (e) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit mit der sich die Anzahl der von Ihnen im Albtraum richtig bearbeiteten Aufgaben um mehr als 500 vom Erwartungswert unterscheidet höchstens? Verwenden Sie die Ungleichung von Chebyshev.

### 2 Einem Luft- und Raumfahrttechniker wäre das nicht passiert.

Ein BWL Student überfällt eine (kleine) Bank. Seine Beute beläuft sich auf 30 Scheine, 10 im Wert von 50 Euro und 20 im Wert von 10 Euro. Auf dem Weg zum Fluchtwagen stößt er mit einem Passanten zusammen und seine Beute wirbelt durch die Luft. In seiner Eile schafft er es gerade noch 10 zufällige Scheine aufzusammeln.

- (a) Welche Verteilung gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit der Student von den 50 Euro Scheinen  $k$  Stück aufsammelt? Berechnen Sie ihren Erwartungswert.
- (b) Der Student muss 300 Euro für seine Miete aufbringen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann er sich das nach dem Überfall leisten, wenn er davor pleite war?

**3 Schnee von gestern.**

Sie stellen fest, dass es an einem Tag mit 40% Wahrscheinlichkeit schneit, wenn es am Vorabend um 18:00 Uhr kalt war, und mit 5% Wahrscheinlichkeit schneit, auch wenn es nicht kalt war. Im Winter beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass es um 18:00 kalt ist, 60%.

- (a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit schneit es an einem Wintertag?
- (b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit war es am Vorabend kalt, wenn es an einem Wintertag schneit?

**4 Dicht in die Prüfung.**

Betrachten Sie die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \begin{cases} 0 & x < b \\ \frac{a}{x^3} & x \geq b \end{cases}$ .

- (a) Bestimmen Sie die Konstanten  $a, b > 0$  so, dass  $f$  eine Wahrscheinlichkeitsdichte mit Erwartungswert 420 ist. Was kann man über die Varianz aussagen?
- (b) Bestimmen Sie die zu dieser Dichte gehörende kumulative Verteilungsfunktion  $v(x)$ .
- (c) Angenommen Sie schreiben in  $b$  Tagen die HM3-Modulprüfung. Die Zufallsvariable  $X$  gebe (in Tagen) an, wann Sie sich von dem Schreck erholt haben und sei  $v(x)$ -verteilt. In wievielen Tagen sind Sie mit 90% Wahrscheinlichkeit wieder beruhigt?