

# Mathématiques assistées par ordinateur

Avant-propos : Présentation du cours

Michael Eisermann

Mat249, DLST L2S4, Année 2008-2009

[www-fourier.ujf-grenoble.fr/~eiserm/cours/#mao](http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~eiserm/cours/#mao)

Document mis à jour le 6 juillet 2009



# Problèmes typiques

Comment implémenter des fonctions «usuelles » ?

$$\sqrt{5}, \quad \ln(2), \quad \exp(1), \quad \arctan\left(\frac{1}{4}\right), \quad \dots$$

# Problèmes typiques

Comment implémenter des fonctions «usuelles » ?

$$\sqrt{5}, \quad \ln(2), \quad \exp(1), \quad \arctan\left(\frac{1}{4}\right), \quad \dots$$

Comment résoudre une équation numérique ?

$$\exp(x) = 3x + 1$$

# Problèmes typiques

Comment implémenter des fonctions «usuelles » ?

$$\sqrt{5}, \quad \ln(2), \quad \exp(1), \quad \arctan\left(\frac{1}{4}\right), \quad \dots$$

Comment résoudre une équation numérique ?

$$\exp(x) = 3x + 1$$

Comment localiser les racines d'un polynôme ?

$$X^5 - 5X^4 - 2X^3 - 2X^2 - 3X - 12$$

# Problèmes typiques

Comment implémenter des fonctions «usuelles » ?

$$\sqrt{5}, \quad \ln(2), \quad \exp(1), \quad \arctan\left(\frac{1}{4}\right), \quad \dots$$

Comment résoudre une équation numérique ?

$$\exp(x) = 3x + 1$$

Comment localiser les racines d'un polynôme ?

$$X^5 - 5X^4 - 2X^3 - 2X^2 - 3X - 12$$

Comment expliciter ou approcher une intégrale ?

$$\int \frac{1}{x^3 - x^2 - 4x + 4} dx, \quad \int_0^1 e^{-x^2/2} dx$$

# Problèmes typiques

Comment implémenter des fonctions «usuelles » ?

$$\sqrt{5}, \quad \ln(2), \quad \exp(1), \quad \arctan\left(\frac{1}{4}\right), \quad \dots$$

Comment résoudre une équation numérique ?

$$\exp(x) = 3x + 1$$

Comment localiser les racines d'un polynôme ?

$$X^5 - 5X^4 - 2X^3 - 2X^2 - 3X - 12$$

Comment expliciter ou approcher une intégrale ?

$$\int \frac{1}{x^3 - x^2 - 4x + 4} dx, \quad \int_0^1 e^{-x^2/2} dx$$

Comment assurer une précision donnée ?

# Problèmes typiques

Comment implémenter des fonctions «usuelles » ?

$$\sqrt{5}, \quad \ln(2), \quad \exp(1), \quad \arctan\left(\frac{1}{4}\right), \quad \dots$$

Comment résoudre une équation numérique ?

$$\exp(x) = 3x + 1$$

Comment localiser les racines d'un polynôme ?

$$X^5 - 5X^4 - 2X^3 - 2X^2 - 3X - 12$$

Comment expliciter ou approcher une intégrale ?

$$\int \frac{1}{x^3 - x^2 - 4x + 4} dx, \quad \int_0^1 e^{-x^2/2} dx$$

Comment assurer une précision donnée ?

Comment le faire efficacement ?

# Objectifs du cours

Ce cours poursuit deux objectifs complémentaires :

# Objectifs du cours

Ce cours poursuit deux objectifs complémentaires :

- 1 *Approfondissement des outils mathématiques* :  
Comprendre les objets, les algorithmes, les raisonnements

# Objectifs du cours

Ce cours poursuit deux objectifs complémentaires :

- 1 *Approfondissement des outils mathématiques :*  
Comprendre les objets, les algorithmes, les raisonnements
- 2 *Usage éclairé de l'ordinateur :*  
Savoir faire puis interpréter des calculs sur machine

# Objectifs du cours

Ce cours poursuit deux objectifs complémentaires :

- 1 *Approfondissement des outils mathématiques* :  
Comprendre les objets, les algorithmes, les raisonnements
- 2 *Usage éclairé de l'ordinateur* :  
Savoir faire puis interpréter des calculs sur machine

Ces objectifs s'inscrivent bien dans la culture scientifique :

# Objectifs du cours

Ce cours poursuit deux objectifs complémentaires :

- 1 *Approfondissement des outils mathématiques* :  
Comprendre les objets, les algorithmes, les raisonnements
- 2 *Usage éclairé de l'ordinateur* :  
Savoir faire puis interpréter des calculs sur machine

Ces objectifs s'inscrivent bien dans la culture scientifique :

- Justifier soigneusement la démarche.

# Objectifs du cours

Ce cours poursuit deux objectifs complémentaires :

- 1** *Approfondissement des outils mathématiques* :  
Comprendre les objets, les algorithmes, les raisonnements
- 2** *Usage éclairé de l'ordinateur* :  
Savoir faire puis interpréter des calculs sur machine

Ces objectifs s'inscrivent bien dans la culture scientifique :

- Justifier soigneusement la démarche.
- Bien choisir la méthode, si possible efficace.

# Objectifs du cours

Ce cours poursuit deux objectifs complémentaires :

- 1 *Approfondissement des outils mathématiques* :  
Comprendre les objets, les algorithmes, les raisonnements
- 2 *Usage éclairé de l'ordinateur* :  
Savoir faire puis interpréter des calculs sur machine

Ces objectifs s'inscrivent bien dans la culture scientifique :

- Justifier soigneusement la démarche.
- Bien choisir la méthode, si possible efficace.
- Lors des calculs numériques, contrôler les erreurs.

# Objectifs du cours

Ce cours poursuit deux objectifs complémentaires :

- 1 *Approfondissement des outils mathématiques* :  
Comprendre les objets, les algorithmes, les raisonnements
- 2 *Usage éclairé de l'ordinateur* :  
Savoir faire puis interpréter des calculs sur machine

Ces objectifs s'inscrivent bien dans la culture scientifique :

- Justifier soigneusement la démarche.
- Bien choisir la méthode, si possible efficace.
- Lors des calculs numériques, contrôler les erreurs.
- Interpréter prudemment les résultats.

# Objectifs du cours

Ce cours poursuit deux objectifs complémentaires :

- 1 *Approfondissement des outils mathématiques* :  
Comprendre les objets, les algorithmes, les raisonnements
- 2 *Usage éclairé de l'ordinateur* :  
Savoir faire puis interpréter des calculs sur machine

Ces objectifs s'inscrivent bien dans la culture scientifique :

- Justifier soigneusement la démarche.
- Bien choisir la méthode, si possible efficace.
- Lors des calculs numériques, contrôler les erreurs.
- Interpréter prudemment les résultats.
- Vérifier, recouper, utiliser le bon sens.

# Thèmes abordés

- 1 Représentation des données,  
calcul exact vs calcul approché

# Thèmes abordés

- 1 Représentation des données,  
calcul exact vs calcul approché
- 2 Méthodes itératives :  
méthode du point fixe, méthode de Newton

# Thèmes abordés

- 1 Représentation des données,  
calcul exact vs calcul approché
- 2 Méthodes itératives :  
méthode du point fixe, méthode de Newton
- 3 Développement de Taylor,  
séries entières, fonctions usuelles

# Thèmes abordés

- 1 Représentation des données, calcul exact vs calcul approché
- 2 Méthodes itératives : méthode du point fixe, méthode de Newton
- 3 Développement de Taylor, séries entières, fonctions usuelles
- 4 Arithmétique des polynômes, factorisation en irréductibles, fractions rationnelles, décomposition en éléments simples

# Thèmes abordés

- 1 Représentation des données, calcul exact vs calcul approché
- 2 Méthodes itératives : méthode du point fixe, méthode de Newton
- 3 Développement de Taylor, séries entières, fonctions usuelles
- 4 Arithmétique des polynômes, factorisation en irréductibles, fractions rationnelles, décomposition en éléments simples
- 5 Polynômes réels et complexes, localisation des racines, interpolation de Lagrange, approximation polynomiale

# Thèmes abordés

- 1 Représentation des données, calcul exact vs calcul approché
- 2 Méthodes itératives : méthode du point fixe, méthode de Newton
- 3 Développement de Taylor, séries entières, fonctions usuelles
- 4 Arithmétique des polynômes, factorisation en irréductibles, fractions rationnelles, décomposition en éléments simples
- 5 Polynômes réels et complexes, localisation des racines, interpolation de Lagrange, approximation polynomiale
- 6 Intégration numérique : méthodes de rectangles, trapèzes, Simpson, . . .

# Thèmes abordés

- 1 Représentation des données, calcul exact vs calcul approché
- 2 Méthodes itératives : méthode du point fixe, méthode de Newton
- 3 Développement de Taylor, séries entières, fonctions usuelles
- 4 Arithmétique des polynômes, factorisation en irréductibles, fractions rationnelles, décomposition en éléments simples
- 5 Polynômes réels et complexes, localisation des racines, interpolation de Lagrange, approximation polynomiale
- 6 Intégration numérique : méthodes de rectangles, trapèzes, Simpson, . . .
- 7 Calcul matriciel, systèmes d'équations linéaires, algèbre linéaire, réduction des endomorphismes

# Organisation du cours

Enseignements :

**Cours** : 18h / 12 séances. On y est maintenant.

**TD** : 18h / 12 séances. Apportez votre calculatrice !

**TP** : 24h / 16 séances. Xcas c'est bon, mangez-en !

**total** : 60h plus 60h de travail personnel estimé

# Organisation du cours

## Enseignements :

Cours : 18h / 12 séances. On y est maintenant.

TD : 18h / 12 séances. Apportez votre calculatrice !

TP : 24h / 16 séances. Xcas c'est bon, mangez-en !

total : 60h plus 60h de travail personnel estimé

## Contrôles :

25% CC1 : comptes-rendus du TP. maths + calculs

25% CC2 : DS à mi-semester. maths + calculs

50% ET : examen final. maths + calculs

# Organisation du cours

Enseignements :

Cours : 18h / 12 séances. On y est maintenant.

TD : 18h / 12 séances. Apportez votre calculatrice !

TP : 24h / 16 séances. Xcas c'est bon, mangez-en !

total : 60h plus 60h de travail personnel estimé

Contrôles :

25% CC1 : comptes-rendus du TP. maths + calculs

25% CC2 : DS à mi-semester. maths + calculs

50% ET : examen final. maths + calculs

Dans tous les cas on exigera **la théorie** et **la pratique** :

- Justifier la démarche (raisonnement mathématique)
- Effectuer des calculs (sur Xcas ou sur calculatrice)

# Organisation du cours

Enseignements :

Cours : 18h / 12 séances. On y est maintenant.

TD : 18h / 12 séances. Apportez votre calculatrice !

TP : 24h / 16 séances. Xcas c'est bon, mangez-en !

total : 60h plus 60h de travail personnel estimé

Contrôles :

25% CC1 : comptes-rendus du TP. maths + calculs

25% CC2 : DS à mi-semester. maths + calculs

50% ET : examen final. maths + calculs

Dans tous les cas on exigera **la théorie** et **la pratique** :

- Justifier la démarche (raisonnement mathématique)
- Effectuer des calculs (sur Xcas ou sur calculatrice)

À l'examen et au DS on utilisera les calculatrices. Elles sont autorisées dans les mêmes conditions qu'au baccalauréat.

*Informatique : quelques rudiments suffisent.*

- Curiosité naturelle, puis mettre la main à la pâte

# Pré-requis

*Informatique : quelques rudiments suffisent.*

- Curiosité naturelle, puis mettre la main à la pâte

*Mathématique : des bases solides en analyse et algèbre.*

# Pré-requis

*Informatique : quelques rudiments suffisent.*

- Curiosité naturelle, puis mettre la main à la pâte

*Mathématique : des bases solides en analyse et algèbre.*

- Nombres naturels, entiers, rationnels, réels et complexes

# Pré-requis

*Informatique : quelques rudiments suffisent.*

- Curiosité naturelle, puis mettre la main à la pâte

*Mathématique : des bases solides en analyse et algèbre.*

- Nombres naturels, entiers, rationnels, réels et complexes
- Langage mathématique, calcul algébrique, polynômes

# Pré-requis

*Informatique : quelques rudiments suffisent.*

- Curiosité naturelle, puis mettre la main à la pâte

*Mathématique : des bases solides en analyse et algèbre.*

- Nombres naturels, entiers, rationnels, réels et complexes
- Langage mathématique, calcul algébrique, polynômes
- Suites et séries, notion de limite, critères de convergence

# Pré-requis

*Informatique : quelques rudiments suffisent.*

- Curiosité naturelle, puis mettre la main à la pâte

*Mathématique : des bases solides en analyse et algèbre.*

- Nombres naturels, entiers, rationnels, réels et complexes
- Langage mathématique, calcul algébrique, polynômes
- Suites et séries, notion de limite, critères de convergence
- Calcul différentiel et intégral des fonctions de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$

# Pré-requis

*Informatique : quelques rudiments suffisent.*

- Curiosité naturelle, puis mettre la main à la pâte

*Mathématique : des bases solides en analyse et algèbre.*

- Nombres naturels, entiers, rationnels, réels et complexes
- Langage mathématique, calcul algébrique, polynômes
- Suites et séries, notion de limite, critères de convergence
- Calcul différentiel et intégral des fonctions de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$
- Algèbre linéaire sur  $\mathbb{R}$  et sur  $\mathbb{C}$ , calcul matriciel

# Documents en lignes

Documents du cours :

Polycopié, sujets de TD, TP, examens, etc.

`www-fourier.ujf-grenoble.fr/~eiser/cours#mao`

Documents du cours :

Polycopié, sujets de TD, TP, examens, etc.

[www-fourier.ujf-grenoble.fr/~eiser/m/cours#mao](http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~eiser/m/cours#mao)

Fiche descriptive du DLST :

→ Unités d'enseignement → UE disciplinaires → Mat249

[dsu-net.ujf-grenoble.fr/dlst/](http://dsu-net.ujf-grenoble.fr/dlst/)

# Documents en lignes

Documents du cours :

Polycopié, sujets de TD, TP, examens, etc.

[www-fourier.ujf-grenoble.fr/~eiser/m/cours#mao](http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~eiser/m/cours#mao)

Fiche descriptive du DLST :

→ Unités d'enseignement → UE disciplinaires → Mat249

[dsu-net.ujf-grenoble.fr/dlst/](http://dsu-net.ujf-grenoble.fr/dlst/)

Cours de mathématiques en L1 :

Maths en Ligne (cours et entraînement)

[ljk.imag.fr/membres/Bernard.Ycart/mel/](http://ljk.imag.fr/membres/Bernard.Ycart/mel/)

Ce cours n'est qu'une modeste introduction.

Voici quatre bouquins de référence pour aller plus loin :

- Walter Rudin :  
*Principes d'analyse mathématique*,  
Dunod, Paris 2002.
- Jean-Pierre Demailly :  
*Analyse numérique et équations différentielles*,  
EDP Sciences, Grenoble 2006, 3e édition.
- Felix Gantmacher :  
*Théorie des matrices*,  
Dunod, Paris 1966 / Édition Jacques Gabay, Paris 2000.
- Joachim von zur Gathen, Jürgen Gerhard :  
*Modern Computer Algebra*,  
Cambridge University Press, 1999.