

Introduction à la Cryptologie

Chapitre 1 : Introduction et présentation du cours

Michael Eisermann (Institut Fourier, UJF Grenoble)

Année 2008-2009
IF / IMAG, Master 1, S1-S2

document mis à jour le 7 juillet 2009



UNIVERSITE JOSEPH FOURIER
SCIENCES. TECHNOLOGIE. SANTÉ

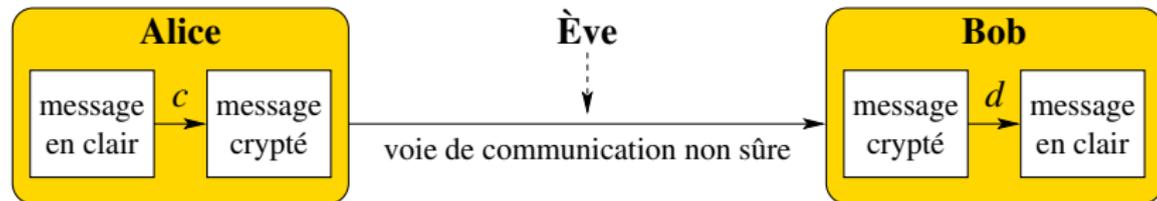


www-fourier.ujf-grenoble.fr/~eiserm/cours#crypto

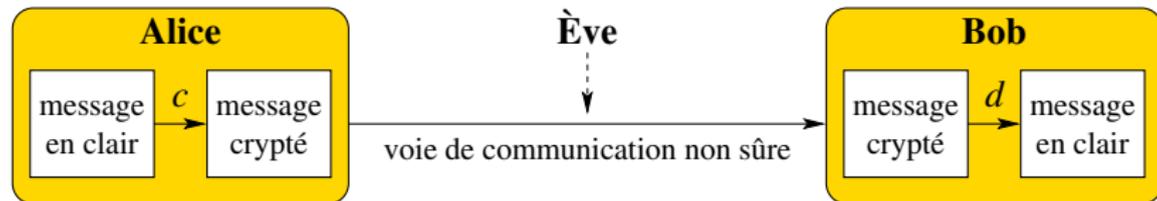
En théorie, il n'existe pas de différence
entre la théorie et la pratique.
En pratique, il y en a.

- 1** Qu'est-ce que la cryptographie ?
- 2 Organisation du cours
- 3 Cryptage selon César
- 4 Thèmes abordés

Cryptologie = « science du secret »

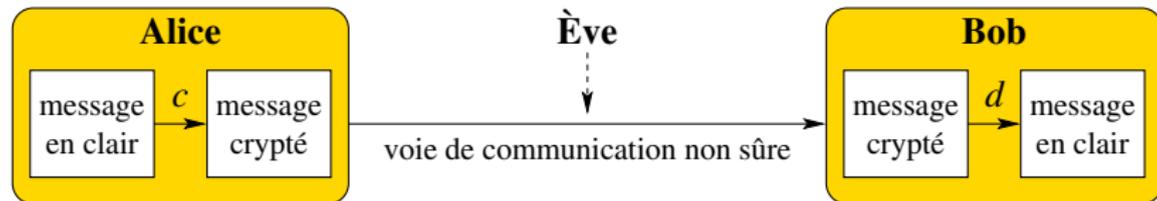


Cryptologie = « science du secret »



La cryptologie englobe deux approches complémentaires :

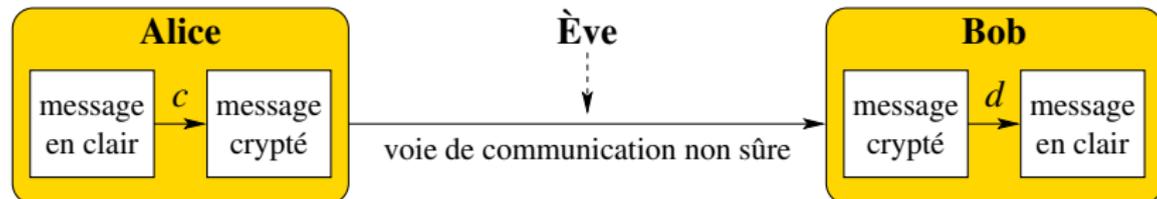
Cryptologie = « science du secret »



La cryptologie englobe deux approches complémentaires :

- Cryptographie = « écriture secrète »
 - transformer message clair en message chiffré
 - étude et conception des procédés de chiffrement

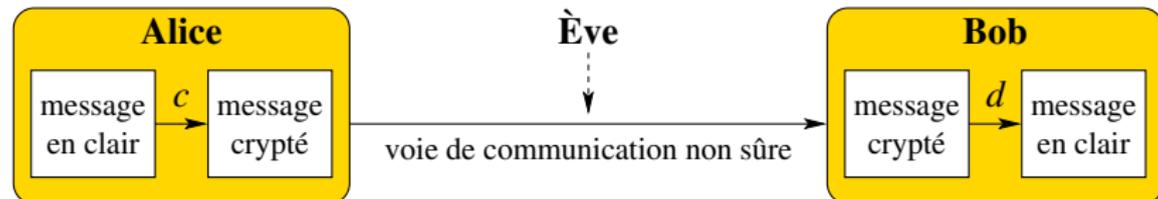
Cryptologie = « science du secret »



La cryptologie englobe deux approches complémentaires :

- Cryptographie = « écriture secrète »
 - transformer message clair en message chiffré
 - étude et conception des procédés de chiffrement
- Cryptanalyse = « analyse de cryptogrammes »
 - techniques pour déchiffrer des messages secrets
 - évaluation des faiblesses et des attaques possibles

Cryptologie = « science du secret »



La cryptologie englobe deux approches complémentaires :

- **Cryptographie = « écriture secrète »**
 - transformer message clair en message chiffré
 - étude et conception des procédés de chiffrement
- **Cryptanalyse = « analyse de cryptogrammes »**
 - techniques pour déchiffrer des messages secrets
 - évaluation des faiblesses et des attaques possibles

Elle connaît maintes applications :

- communication sécurisée sur internet,
- cartes bancaires, monnaie électronique,
- authentification des documents électroniques,
- protection des droits d'auteur, ...

- 1 Qu'est-ce que la cryptographie ?
- 2 Organisation du cours**
- 3 Cryptage selon César
- 4 Thèmes abordés

Outils nécessaires pour la cryptologie :

- Mathématiques !
- Informatique !

Outils nécessaires pour la cryptologie :

- Mathématiques !
- Informatique !

Objectifs du cours :

- Fondements mathématiques
 - Fondements algorithmiques
- ⇒ Introduire à la cryptographie à clé secrète et à clé publique

Outils nécessaires pour la cryptologie :

- Mathématiques !
- Informatique !

Objectifs du cours :

- Fondements mathématiques
 - Fondements algorithmiques
- ⇒ Introduire à la cryptographie à clé secrète et à clé publique

Perspectives :

- Préparer au Master 2 Professionnalisant —
Sécurité, cryptologie et codage de l'information

Outils nécessaires pour la cryptologie :

- Mathématiques !
- Informatique !

Objectifs du cours :

- Fondements mathématiques
 - Fondements algorithmiques
- ⇒ Introduire à la cryptographie à clé secrète et à clé publique

Perspectives :

- Préparer au Master 2 Professionnalisant — Sécurité, cryptologie et codage de l'information
- Culture générale en math-info
- Oral de l'agreg

Module commun entre l'IMAG et l'IF.

Équipe pédagogique :

- Laurent Fousse (IMAG)
- Michael Eisermann (IF)

Module commun entre l'IMAG et l'IF.

Équipe pédagogique :

- Laurent Fousse (IMAG)
- Michael Eisermann (IF)

Enseignements : les vendredis 13h30–15h00 + 15h15–16h45

Volume horaire : 6 ECTS

- 1er semestre : $8 \times 3\text{h cours/TD} + 2 \times 4\text{h30 TP}$
- 2nd semestre : $8 \times 3\text{h cours/TD} + 2 \times 4\text{h30 TP}$

Total : $\approx 60\text{h}$ plus travail personnel

- 1 Qu'est-ce que la cryptographie ?
- 2 Organisation du cours
- 3 Cryptage selon César**
- 4 Thèmes abordés

Un exemple en miniature

Considérons l'alphabet $\{A, B, C, \dots, Z\}$ et les deux permutations

$$c = \begin{bmatrix} \text{ABCDEFGHI JKLMNOPQRSTUVWXYZ} \\ \text{XYZABCDEFGHI JKLMNOPQRSTUVW} \end{bmatrix},$$

$$d = \begin{bmatrix} \text{ABCDEFGHI JKLMNOPQRSTUVWXYZ} \\ \text{DEFGHI JKLMNOPQRSTUVWXYZABC} \end{bmatrix}.$$

Un exemple en miniature

Considérons l'alphabet $\{A, B, C, \dots, Z\}$ et les deux permutations

$$c = \begin{bmatrix} \text{ABCDEFGHI JKLMNOPQRSTUVWXYZ} \\ \text{XYZABCDEFGHI JKLMNOPQRSTUVW} \end{bmatrix},$$

$$d = \begin{bmatrix} \text{ABCDEFGHI JKLMNOPQRSTUVWXYZ} \\ \text{DEFGHI JKLMNOPQRSTUVWXYZABC} \end{bmatrix}.$$

Ici le message	$m =$	CECI EST UN MESSAGE
est crypté en	$\bar{m} = m^c =$	ZBZF BPQ RK JBPPXDB
puis décrypté en	$m = \bar{m}^d =$	CECI EST UN MESSAGE.

Un exemple en miniature

Considérons l'alphabet $\{A, B, C, \dots, Z\}$ et les deux permutations

$$c = \begin{bmatrix} \text{ABCDEFGHIJKLMN OPQRSTUVWXYZ} \\ \text{XYZABCDEFGHIJKLMN OPQRSTUVW} \end{bmatrix},$$

$$d = \begin{bmatrix} \text{ABCDEFGHIJKLMN OPQRSTUVWXYZ} \\ \text{DEFGHIJKLMN OPQRSTUVWXYZABC} \end{bmatrix}.$$

Ici le message	$m =$	CECI EST UN MESSAGE
est crypté en	$\bar{m} = m^c =$	ZBZF BPQ RK JBPPXDB
puis décrypté en	$m = \bar{m}^d =$	CECI EST UN MESSAGE.

Cryptanalyse : Ce cryptage alphabétique n'est pas du tout sûr !
Même avec des permutations plus compliquées. . . 26 est trop petit.

Un exemple en miniature

Considérons l'alphabet $\{A, B, C, \dots, Z\}$ et les deux permutations

$$c = \begin{bmatrix} \text{ABCDEFGHIJKLMN OPQRSTUVWXYZ} \\ \text{XYZABCDEFGHIJKLMN OPQRSTUVW} \end{bmatrix},$$

$$d = \begin{bmatrix} \text{ABCDEFGHIJKLMN OPQRSTUVWXYZ} \\ \text{DEFGHIJKLMN OPQRSTUVWXYZABC} \end{bmatrix}.$$

Ici le message	$m =$	CECI EST UN MESSAGE
est crypté en	$\bar{m} = m^c =$	ZBZF BPQ RK JBPPXDB
puis décrypté en	$m = \bar{m}^d =$	CECI EST UN MESSAGE.

Cryptanalyse : Ce cryptage alphabétique n'est pas du tout sûr !
Même avec des permutations plus compliquées... 26 est trop petit.

ERL BLCNEOGOJQR GFLGOQJCL LTO ER BLE BFET TECL NGJT OQEHQECT BGT
OCLT IECL G ILACXBOLC. PQET PLRLV IL DQECRJC FG BCLEPL. GPLA ER
BLE IL TOGOJTOJUEL LO ER IJAOJQRRGJCL DCGRAGJT ER BCQSCGNL BLEO
FL DGJCL JRTOGROGRLNLRO.

Un exemple en miniature

Considérons l'alphabet $\{A, B, C, \dots, Z\}$ et les deux permutations

$$c = \begin{bmatrix} \text{ABCDEFGHIJKLMN OPQRSTUVWXYZ} \\ \text{XYZABCDEFGHIJKLMN OPQRSTUVW} \end{bmatrix},$$

$$d = \begin{bmatrix} \text{ABCDEFGHIJKLMN OPQRSTUVWXYZ} \\ \text{DEFGHIJKLMN OPQRSTUVWXYZABC} \end{bmatrix}.$$

Ici le message	$m =$	CECI EST UN MESSAGE
est crypté en	$\bar{m} = m^c =$	ZBZF BPQ RK JBPPXDB
puis décrypté en	$m = \bar{m}^d =$	CECI EST UN MESSAGE.

Cryptanalyse : Ce cryptage alphabétique n'est pas du tout sûr !
Même avec des permutations plus compliquées... 26 est trop petit.

ERL BLCNEOGOJQR GFLGOQJCL LTO ER BLE BFET TECL NGJT OQEHQECT BGT
OCLT IECL G ILACXBOLC. PQET PLRLV IL DQECRJC FG BCLEPL. GPLA ER
BLE IL TOGOJTOJUEL LO ER IJAOJQRRGJCL DCGRAGJT ER BCQSCGNL BLEO
FL DGJCL JRTOGROGRLNLRO.

Idée : utiliser l'alphabet $\{0, 1, 2, \dots, N - 1\}$ où N est gigantesque.
Outils : arithmétique modulaire & algorithmes efficaces

- 1 Qu'est-ce que la cryptographie ?
- 2 Organisation du cours
- 3 Cryptage selon César
- 4 Thèmes abordés**

Aspects algorithmiques de la sécurité (Laurent Fousse)

- 1 Histoire des codes secrets
- 2 Complexité des algorithmes
- 3 Théorie de l'information, entropie

Aspects algorithmiques de la sécurité (Laurent Fousse)

- 1 Histoire des codes secrets
- 2 Complexité des algorithmes
- 3 Théorie de l'information, entropie
- 4 Chiffrement à clef secrète (DES, AES)
- 5 Hachage, intégrité, authentification
- 6 Codes correcteurs

Aspects algorithmiques de la sécurité (Laurent Fousse)

- 1 Histoire des codes secrets
- 2 Complexité des algorithmes
- 3 Théorie de l'information, entropie
- 4 Chiffrement à clef secrète (DES, AES)
- 5 Hachage, intégrité, authentification
- 6 Codes correcteurs

Outils mathématiques pour la cryptographie (Michael Eisermann)

- 1 Arithmétique des entiers, aspects algorithmiques
- 2 Les entiers modulo n , aspects algorithmiques
- 3 Nombres premiers, cryptographie selon RSA

Aspects algorithmiques de la sécurité (Laurent Fousse)

- 1 Histoire des codes secrets
- 2 Complexité des algorithmes
- 3 Théorie de l'information, entropie
- 4 Chiffrement à clef secrète (DES, AES)
- 5 Hachage, intégrité, authentification
- 6 Codes correcteurs

Outils mathématiques pour la cryptographie (Michael Eisermann)

- 1 Arithmétique des entiers, aspects algorithmiques
- 2 Les entiers modulo n , aspects algorithmiques
- 3 Nombres premiers, cryptographie selon RSA
- 4 Le vocabulaire des groupes et des anneaux
- 5 Arithmétique des polynômes, aspects algorithmiques
- 6 Les corps finis, aspects algorithmiques

Informatique :

- Langage de programmation (le C++, disons)
- Familiarité avec des notions d'algorithmique
- Ouverture d'esprit et la volonté d'apprendre

Informatique :

- Langage de programmation (le C++, disons)
- Familiarité avec des notions d'algorithmique
- Ouverture d'esprit et la volonté d'apprendre

Mathématique :

- Langage et raisonnement mathématiques
- Calcul algébrique, algèbre linéaire, espaces vectoriels
- Ouverture d'esprit et la volonté d'apprendre

Documents du cours :

www-fourier.ujf-grenoble.fr/~eiser/enseignement

Pour réviser les notions de base on pourra consulter

- Bernard Ycart *et al* : *Maths en Ligne*,
<http://ljk.imag.fr/membres/Bernard.Ycart/mel/>.
(*structures algébriques, arithmétique, polynômes*)
- Nathan Jacobson : *Basic Algebra*,
Freeman and Company, 1985.
- Roger Godement : *Cours d'algèbre*,
Hermann, 1966.

Le présent cours n'est qu'une modeste introduction.

Voici quelques bouquins pour aller plus loin :

- Simon Singh : *Histoire des codes secrets*,
LGF - Livre de Poche, 2001.
- Joachim von zur Gathen, Jürgen Gerhard :
Modern Computer Algebra, Cambridge University Press, 1999.
- Donald E. Knuth : *The art of computer programming*,
Addison Wesley, 1969.