

# 11. Übungsblatt zu Mathematik 2 für inf, swt, msv

Prof. M. Geck, Dr. E. Chavli

SoSe 2022

**Aufgabe 1.** (V) Untersuchen Sie, für welche  $t \in \mathbb{R}$  das uneigentliche Integral

$$I(t) := \int_1^{\infty} x \exp(-tx^2) dx$$

existiert; falls ja, bestimmen Sie den Wert  $I(t)$ .

**Aufgabe 2.** (V) Welche der folgenden Folgen von Vektoren  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  mit  $v_n \in \mathbb{R}^2$  sind konvergent? Im Falle der Konvergenz bestimmen Sie jeweils den Grenzwert in  $\mathbb{R}^2$ .

$$(a) \quad v_n = \begin{pmatrix} \sin(n)/n \\ \exp(-n) \end{pmatrix}, \quad (b) \quad v_n = \begin{pmatrix} \cos(n) \\ \sin(1/n) \end{pmatrix}, \quad (c) \quad v_n = \begin{pmatrix} (-1)^n \cos(n\pi) \\ \exp(-1/n^2) \end{pmatrix}.$$

**Aufgabe 3.** (V) Gegeben sei  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x, y) := x^2 + y^4 - 2xy$  für alle  $x, y \in \mathbb{R}$ .

(a) Berechnen Sie die partiellen Ableitungen von  $f$ .

(b) Finden Sie alle  $(a, b) \in \mathbb{R}^2$  mit  $\nabla f(a, b) = (0, 0)$

(wobei  $\nabla f(a, b) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}(a, b), \frac{\partial f}{\partial y}(a, b)\right) \in \mathbb{R}^{1 \times 2}$ , siehe Definition 36.4).

(c) Ist  $f$  total differenzierbar?

**Aufgabe 4.** (V) Gegeben sei  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x, y, z) := \exp(x)((x-2)(4z-z^2) + x(y+1)^2)$  für alle  $x, y, z \in \mathbb{R}$ .

(a) Berechnen Sie die partiellen Ableitungen von  $f$ .

(b) Finden Sie alle  $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$  mit  $\nabla f(a, b, c) = (0, 0, 0)$ .

**Aufgabe 5.** (S, 10=4+2+4 Punkte)

(a) Gegeben sei  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  mit  $f(x, y, z) := \begin{pmatrix} x \cos(y) \\ x^2 \sin(y) \cos(z) \end{pmatrix}$  für alle  $x, y, z \in \mathbb{R}$ .

Bestimmen Sie die Jacobi-Matrix von  $f$ .

(b) Gegeben sei  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$  mit  $g(t) := \begin{pmatrix} t \\ t^2 \\ t^3 \end{pmatrix}$  für alle  $t \in \mathbb{R}$ .

Bestimmen Sie die Jacobi-Matrix von  $g$ .

(c) Bestimmen Sie die Jacobi-Matrix der Hintereinanderausführung  $f \circ g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ , mit Hilfe der Kettenregel in Satz 36.17.

Schriftliche Aufgaben sind mit (S) markiert. Die mit (V) markierten Aufgaben sind zum *Votieren* bzw. zum *Vorrechnen* in den Gruppenübungen. Die mit (Z) markierten Aufgaben sind *zusätzliche* Aufgaben außer Konkurrenz. Sie werden in den Übungen in der Regel nicht besprochen.

**Abgabe der schriftlichen Aufgaben:** In den Übungsgruppen am 11. und 12. Juli.