

6. Übungsblatt zu Mathematik 2 für inf, swt, msv

Prof. M. Geck, Dr. E. Chavli

SoSe 2022

Aufgabe 1. (V) Untersuchen Sie, ob die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{n}$ in \mathbb{C} konvergiert bzw. absolut konvergiert.

Aufgabe 2. (V)

(a) Zeigen Sie $\exp(z) \neq 0$ für alle $z \in \mathbb{C}$.

(b) Bestimmen Sie $a, b \in \mathbb{R}$ mit $\exp(1 - i) = a + bi \in \mathbb{C}$.

Aufgabe 3. (V)

(a) Zeigen Sie $\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\exp(-xi/2)}{2i}(\exp(xi) - 1)$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

(b) Sei $\xi_0 \in (0, 2)$ mit $\cos(\xi_0) = 0$ (wie in Satz 30.12). Zeigen Sie $\exp(4\xi_0 i) = 1$.
Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$ mit $\exp(xi) = 1$.

Aufgabe 4. (V) Sei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{|x-1|} & \text{falls } x \neq 1, \\ 1 & \text{falls } x = 1. \end{cases}$

(a) Skizzieren Sie den Graphen von f .

(b) Bestimmen Sie alle $a \in \mathbb{R}$, so dass f stetig in a ist.

Aufgabe 5. (S, 10=3+4+3 Punkte)

Sei $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x) := x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ für alle $0 \neq x \in \mathbb{R}$.

(a) Zeigen Sie, dass f stetig auf $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ ist. (Geben Sie genau an, welche Sätze der Vorlesung Sie dazu benutzen.)

(b) Sei $(x_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ eine Nullfolge mit $0 \neq x_n \in \mathbb{R}$ für alle $n \in \mathbb{N}_0$. Ist die Folge der Funktionswerte $(f(x_n))_{n \in \mathbb{N}_0}$ in \mathbb{R} konvergent? Wenn ja, mit welchem Grenzwert? (Begründen Sie Ihre Antworten.)

(c) Wie müsste man $f(0)$ definieren, damit f auf ganz \mathbb{R} stetig ist?

Aufgabe 6. (Z) Benutzen Sie die Intervallhalbierungs-Methode im Beweis von Satz 31.7, um $\sqrt[3]{2}$ bis auf 1 Nachkommastelle genau zu berechnen. Wieviele Halbierungsschritte benötigen Sie?

Wenn Sie wollen, so dürfen Sie natürlich ein Computer-Programm dafür benutzen; in diesem Fall finden Sie $\sqrt[3]{2}$ bis auf 8 Nachkommastellen genau.

Schriftliche Aufgaben sind mit (S) markiert. Die mit (V) markierten Aufgaben sind zum *Votieren* bzw. zum *Vorrechnen* in den Gruppenübungen. Die mit (Z) markierten Aufgaben sind *zusätzliche* Aufgaben außer Konkurrenz. Sie werden in den Übungen in der Regel nicht besprochen.

Abgabe der schriftlichen Aufgaben: In den Übungsgruppen am 30. und 31. Mai.