

0. (optionales) Übungsblatt zu Mathematik 2 für inf, swt, msv

Prof. M. Geck, Dr. L. Iancu

Dieses Blatt enthält Wiederholungen zum Stoff in Kapitel IV, §20, WiSe 2021/2022, zur Besprechung in den Übungsgruppen am Dienstag 19. April.

Auf dem 14. Übungsblatt vom WiSe 2021/22 sind bereits einige Aufgaben zu Diagonalisierbarkeit, zerfallenden Matrizen etc. Hier sind zwei weitere Matrizen:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -2 & 2 \\ -1 & 2 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & -3 & 4 \\ -2 & 2 & -2 & 3 \end{bmatrix} \in M_4(\mathbb{Q}) \quad \text{und} \quad B := \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \in M_8(\mathbb{Q}).$$

- (a) Bestimmen Sie die Minimalpolynome und charakteristischen Polynome; sind A , B zerfallend? (Wenn Ihnen die Rechnungen “von Hand” zu kompliziert sind, so tippen Sie zum Beispiel die beiden Matrizen in GAP ein und benutzen die Funktionen `MinimalPolynomial` und `CharacteristicPolynomial`; oder in Sage, wo es die Funktionen `minpoly` und `charpoly` gibt.)
- (b) Berechnen Sie Basen für alle Eigenräume und Haupträume.
- (c) Ist A diagonalisierbar? Ist B diagonalisierbar?
- (d) Falls A , B zerfallend sind, so bestimmen sie jeweils die Jordan–Normalform (inkl. Basiswechselmatrix).