

Wintersemester 2021/22  
Montag, 24.01.2022  
Aufgabenblatt 13

**Aufgaben zur Vorlesung:  
Algebra**

**Schriftliche Aufgaben.**

1. (2 Punkte) Bestimmen Sie einen größten gemeinsamen Teiler der Polynome  $3x^2 + 2$  und  $x^4 + 5x^2 + 2x + 2$  in  $\mathbb{Q}[x]$  sowie in  $\mathbb{Z}_7[x]$ .
2. (3 Punkte) Bestimmen Sie einen größten gemeinsamen Teiler von  $5 - 3i$  und  $7 + i$  in  $\mathbb{Z}[i]$  und schreiben Sie beide Elemente als Produkte unzerlegbarer Faktoren.
3. (5 Punkte) Sei  $R$  ein faktorieller Ring. Zeigen Sie die folgenden Aussagen.
  - (a) Jedes Primideal  $P \neq \{0_R\}$  in  $R$  enthält ein Primelement.
  - (b) Für jede aufsteigende Kette von Hauptidealen

$$I_1 \subseteq I_2 \subseteq I_3 \subseteq \dots$$

in  $R$  gibt es ein  $n \in \mathbb{N}$  mit  $I_k = I_n$  für alle  $k \geq n$ .

- (c) Der Schnitt zweier Hauptideale in  $R$  ist wieder ein Hauptideal.  
Hinweis: Nutzen Sie Teil (b).

*Lösungen zu den schriftlichen Aufgaben können Sie in Ihrer Übungsgruppe am 31.01.2022 abgeben. In dieser Übung wird auch die Scheinklausur vom 29.01.2022 besprochen. Weitere Informationen finden Sie in Ilias bzw. auf der Homepage der Vorlesung:*

*<https://pnp.mathematik.uni-stuttgart.de/iaz/iaz1/WS21-22Algebra/algebra.html>*