Steffen König
Teresa Conde
Frederik Marks

Wintersemester 2017/18
Mittwoch, 25.10.2017
Aufgabenblatt 2

Aufgaben zur Vorlesung:
Lineare Algebra und Analytische Geometrie I

1. Von 250 StudentInnen, die sich zur Gruppenübung anmelden, wünschen sich
   - 63 einen Montagstermin (davon 30 einen Raum im 7.Stock);
   - 190 einen Termin um 14 Uhr (davon 70 einen Raum im 7. Stock);
   - 103 einen Raum im 7. Stock (davon 9 einen Montagstermin um 14 Uhr);
   - 3 einen Montagstermin weder um 14 Uhr noch in einem Raum im 7. Stock.

   Wieviele StudentInnen wünschen sich einen Montagstermin um 14 Uhr? Was ist die maximale Anzahl an StudentInnen, die sich über einen Freitagstermin um 9:45 Uhr in einem Raum im 8. Stock freuen? Begründen Sie Ihre Antwort.

2. Für zwei gegebene Mengen A und B definieren wir die *symmetrische Differenz*
$$A \triangle B := (A \setminus B) \cup (B \setminus A).$$
   Sei C eine weitere Menge. Beweisen Sie die folgenden Aussagen.
   (i) $A \triangle B = \emptyset \Leftrightarrow A = B$
   (ii) $\emptyset \triangle A = A = A \triangle \emptyset$
   (iii) $A \triangle B = B \triangle A = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$
   (iv) $(A \triangle B) \triangle C = A \triangle (B \triangle C)$
   (v) $A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow A \triangle B = A \cup B$

3. Prüfen Sie die folgenden Relationen auf Reflexivität, Symmetrie und Transitivität. Welche der Relationen sind Äquivalenzrelationen? Beschreiben Sie für jede der Äquivalenzrelationen die Menge der Äquivalenzklassen. Begründen Sie Ihre Antwort.
$$R_1 := \{(x, y) \in \mathbb{N}_0^2 \mid \sqrt{x} > \sqrt{y}\}$$
$$R_2 := \{(x, y) \in \mathbb{Z}^2 \mid (x-3)^2 \leq (3-y)^2\} \ (*)$$
$$R_3 := \{((x, y), (z, w)) \in (\mathbb{N} \times \mathbb{N})^2 \mid x + w = y + z\} \ (*)$$
$$R_4 := \{((x, y), (z, w)) \in (\mathbb{Z} \times (\mathbb{Z} \setminus \{0\}))^2 \mid xw = yz\}$$

4. Seien $f \colon X \longrightarrow Y$ und $g \colon Y \longrightarrow Z$ Funktionen und $g \circ f \colon X \longrightarrow Z$ die Komposition von f und g. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen.
   (i) Wenn f und g injektiv sind, dann ist $g \circ f$ injektiv. $(*)$
   (ii) Wenn f und g surjektiv sind, dann ist $g \circ f$ surjektiv.
   (iii) Wenn $g \circ f$ injektiv ist, dann ist g injektiv.
   (iv) Wenn $g \circ f$ injektiv ist, dann ist f injektiv. $(*)$
   (v) Wenn $g \circ f$ surjektiv ist, dann ist g surjektiv.
   (vi) Wenn $g \circ f$ surjektiv ist, dann ist f surjektiv. $(*)$

Die schriftlichen Aufgaben sind mit einem $(*)$ gekennzeichnet und jede der 5 Teilaufgaben zählt 2 Punkte. Die Abgabe erfolgt in der Übungsgruppe am 7./8.11.2017. Für weitere Informationen besuchen Sie bitte die Homepage der Vorlesung:
www.mathematik.uni-stuttgart.de/studium/infomat/LAAG-Koenig-WS1718