

**Aufgaben zur Vorlesung:  
Lineare Algebra und Analytische Geometrie 1**

1. Drei Koffer liegen Ihnen vor. Einer enthält Geld, die anderen zwei sind leer. Jeder Koffer hat ein Etikett mit einem Hinweis auf seinen Inhalt. Die Hinweise lauten:

- Koffer 1: „Das Geld ist nicht hier.“
- Koffer 2: „Das Geld ist nicht hier.“
- Koffer 3: „Das Geld ist im Koffer 1.“

Nur ein Hinweis ist wahr; die anderen sind falsch. In welchem Koffer ist das Geld? Begründen Sie Ihre Antwort.

2. Gegeben sind die folgenden beiden Aussagen für  $a, b, c \in \{2, 7\}$ :

- Falls  $a$  ungerade ist, dann ist  $b$  gerade.
- Falls  $b$  ungerade ist, dann sind  $a$  und  $c$  gerade.

Nehmen Sie an, dass eine der beiden Aussagen wahr und die andere falsch ist. In welchem Fall gibt es eine Lösung? Ist diese eindeutig? Begründen Sie Ihre Antwort.

3. Zeigen Sie:

- (i) Wenn  $n$  und  $m$  ungerade natürliche Zahlen sind, dann ist  $n + m$  gerade. (\*)
- (ii) Wenn  $n$  eine ungerade natürliche Zahl ist, dann ist  $n^2$  auch ungerade. (\*)
- (iii) Wenn  $n$  eine natürliche Zahl ist, dann ist  $n(n + 1)$  gerade.
- (iv) Wenn  $n$  eine natürliche Zahl ist, dann ist  $n^3 + n^2$  gerade.
- (v) Wenn  $n$  und  $m$  natürliche Zahlen sind dann ist  $n^{m+1} + n^m$  gerade.

4. Seien  $B_1, B_2$  und  $B_3$  die folgenden Teilmengen von  $\mathbb{Z}$ :

$$B_1 := \{-12, -6, 0, 2, 3, 7, 12, 13, 27\},$$

$$B_2 := \{z \in \mathbb{Z} \mid 3z = w^2, w \in \mathbb{Z}\},$$

$$B_3 := \{z \in \mathbb{Z} \mid z^2 \leq 3\}.$$

Geben Sie die Elemente von  $B_1 \cap B_2, B_3, B_1 \cup B_3$  und  $B_2 \cap B_3$  explizit an.

5. Sei  $X$  eine Menge,  $A$  und  $B$  Teilmengen von  $X$ . Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind? Geben Sie einen Beweis oder ein Gegenbeispiel an.

- (i)  $X \setminus (A \cap B) = (X \setminus A) \cap (X \setminus B)$  (\*)
- (ii)  $X \setminus (A \cap B) = (X \setminus A) \cup (X \setminus B)$
- (iii)  $X \setminus (A \cup B) = (X \setminus A) \cup (X \setminus B)$
- (iv)  $X \setminus (A \cup B) = (X \setminus A) \cap (X \setminus B)$  (\*)
- (v)  $A \cup B = A \cap B \iff A = B$  (\*)

*Die schriftlichen Aufgaben sind mit einem (\*) gekennzeichnet und jede der 5 Teilaufgaben zählt 2 Punkte. Die Abgabe erfolgt in der ersten Übungsgruppe am 24./25.10.2017. Für weitere Informationen besuchen Sie bitte die Homepage der Vorlesung:*

*[www.mathematik.uni-stuttgart.de/studium/infomat/LAAG-Koenig-WS1718](http://www.mathematik.uni-stuttgart.de/studium/infomat/LAAG-Koenig-WS1718)*