Schriftliche Aufgaben (30 Punkte)
Hier sind Begründungen verlangt.

7. *(8 Punkte)* Beweisen Sie die folgenden Aussagen für alle $n \in \mathbb{N}$.
   (a) $\sum_{k=1}^{n} (3k-2) = \frac{n(3n-1)}{2}$
   (b) 6 teilt $3^n - 3$

8. *(6 Punkte)* Sei $f : \mathbb{Z} \times (\mathbb{Z} \setminus \{0\}) \to \mathbb{Q}$ die Funktion gegeben durch $f(a,b) = \frac{a}{b}$.
   (a) Untersuchen Sie die Funktion f auf Injektivität und Surjektivität.
   (b) Bestimmen Sie die Mengen $f^{-1}(\{0\})$, $f^{-1}(\{1\})$ und $f^{-1}(f(\{(4,2),(-7,7)\}))$.

9. *(6 Punkte)* Schreiben Sie die folgenden komplexen Zahlen in der Form $a+bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$:
   (a) $\frac{1}{i}$
   (b) $\frac{(1+2i)\cdot(1-i)}{(1+i)^2}$
   (c) $\frac{|2+i|\cdot(1-2i)}{\overline{(1+i)}\cdot(3+i)}$

10. *(5 Punkte)* Gegeben sind die Vektoren $v_1 = (1,-1,1)$ und $v_2 = (0,2,1)$ im $\mathbb{R}^3$.
    (a) Schreiben Sie den Vektor $(-2,8,1)$ als Linearkombination von v_1 und v_2.
    (b) Bestimmen Sie den von der Menge $\{v_1 - v_2, v_1 + v_2\}$ erzeugten Unterraum in $\mathbb{R}^3$. Ist der Vektor $(-2,8,1)$ Element dieses Unterraumes?

11. *(5 Punkte)* Sei V der reelle Vektorraum aller Abbildungen von $\mathbb{R}$ nach $\mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass $U := \{f \in V \mid f(x) = f(-x)\, \forall x \in \mathbb{R}\}$ ein Unterraum von V ist.

-Bitte auf diesem Blatt keine Lösungen eintragen-