Übungen zur Vorlesung Darstellungstheorie und homologische Algebra 1

1. Sei R ein Ring, X ein R-Linksmodul, $M := R \oplus X$ und $S := End_R({}_RM)$. Zeigen Sie, dass $R \simeq End_S(M_S)$ gilt.

2. Sei R ein Ring und P ein projektiver R-Modul. Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:

   (a) P ist ein Erzeuger.

   (b) P erzeugt R.

   (c) Für jeden einfachen S-Modul gilt $Hom_R(P, S) \neq 0$.

   (d) P erzeugt jeden einfachen Modul.

3. Sei Q ein R-S-Bimodul mit Doppelzentralisatoreigenschaft, das heißt, $End_R(Q) = S$ und $End_S(Q) = R$. Zeigen Sie: ${}_RQ$ ist ein Erzeuger genau dann, wenn Q_S endlich erzeugt und projektiv ist.

4. Formulieren Sie die Doppelzentralisatoreigenschaft auf dem R-S-Bimodul Q als Äquivalenz von Kategorien.

5. Sei R ein Ring, G ein R-Linksmodul und $S := End_R(G)$. Zeigen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:

   (a) G ist ein Generator.

   (b) Auf ${}_RG_S$ ist die Doppelzentralisatoreigenschaft erfüllt und G_S ist endlich erzeugt und projektiv.

Webseite zur Vorlesung:
`http://www.iaz.uni-stuttgart.de/LstAGeoAlg/Koenig/DThHomAlg1/DarstThHomAlg1.t`