Aufgabe 1

Wieviele injektive Abbildungen $f : \{1,2\} \to \{1,2,3,4\}$ gibt es?

12

Wieviele Abbildungen $f : \{1,2\} \to \{1,2,3,4\}$ gibt es?

16

Wieviele injektive Abbildungen $f : \{1,2,3\} \to \{1,2,3,4\}$ gibt es?

24

Wieviele Abbildungen $f : \{1,2,3\} \to \{1,2,3,4\}$ gibt es?

64

Aufgabe 2

Sei M eine nicht-leere Menge mit Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$. Dann existiert eine surjektive Abbildung $\mathcal{P}(M) \to M$.

☒ wahr ◯ falsch

Sei M eine endliche Menge mit Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$. Dann existiert eine surjektive Abbildung $M \to \mathcal{P}(M)$.

◯ wahr ☒ falsch

Sei M eine endliche Menge mit Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$. Dann existiert keine surjektive Abbildung $M \to \mathcal{P}(M)$.

☒ wahr ◯ falsch

Sei M eine Menge mit Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$. Dann existiert eine surjektive Abbildung $\mathcal{P}(M) \to M$ genau dann, wenn M unendlich viele Elemente enthält.

◯ wahr ☒ falsch

Aufgabe 3

Sei k ein Körper und V ein k-Vektorraum. Die Vektoren $a, b, c, d, e \in V$ sind linear unabhängig genau dann, wenn für die Gleichung $\lambda_1 a + \lambda_2 b + \lambda_3 c + \lambda_4 d + \lambda_5 e = 0$ mit $\lambda_i \in k$ genau eine Lösung existiert.

☒ wahr ○ falsch

Sei k ein Körper und V ein k-Vektorraum. Die Vektoren $a, b, c, d, e \in V$ sind linear unabhängig genau dann, wenn $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = \lambda_5 = 0$ die Gleichung $\lambda_1 a + \lambda_2 b + \lambda_3 c + \lambda_4 d + \lambda_5 e = 0$ löst.

○ wahr ☒ falsch

Sei k ein Körper und V ein k-Vektorraum. Die Vektoren $a, b, c, d, e \in V$ sind linear unabhängig genau dann, wenn für die Gleichung $\lambda_1 a + \lambda_2 b + \lambda_3 c + \lambda_4 d + \lambda_5 e = 0$ mit $\lambda_i \in k$ genau eine Lösung existiert.

☒ wahr ○ falsch

Sei k ein Körper und V ein k-Vektorraum. Die Vektoren $a, b, c, d, e \in V$ sind linear unabhängig genau dann, wenn $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = \lambda_5 = 0$ die Gleichung $\lambda_1 a + \lambda_2 b + \lambda_3 c + \lambda_4 d + \lambda_5 e = 0$ löst.

○ wahr ☒ falsch

Aufgabe 4

Sei k ein angeordneter Körper und $M \subset k$. Eine obere Schranke von M ist definiert als ein Element $s \in k$ für das gilt:

○ $m < s$ für alle $m \in M$ ☒ $m \leq s$ für alle $m \in M$

Sei k ein angeordneter Körper und $M \subset k$ mit $\sup(M) = s$. Dann gilt $s \notin M$.

○ immer wahr ☒ manchmal falsch

Sei k ein angeordneter Körper und $M \subset k$ mit $\sup(M) = s$. Dann gilt $s \in M$.

○ immer wahr ☒ manchmal falsch

Sei k ein angeordneter Körper und $M \subset k$. Dann besitzt M ein Supremum.

○ immer wahr ☒ manchmal falsch

Aufgabe 5

Die Menge aller $z \in \mathbb{C}$ mit $|z|^2 \leq 2 \cdot Re(z)$ bildet eine Gerade in der reellen Zahlenebene.

○ wahr ⊗ falsch

Die Menge aller $z \in \mathbb{C}$ mit $|z|^2 \leq 2 \cdot Re(z)$ enthält keine komplexen Zahlen mit negativem Realteil.

⊗ wahr ○ falsch

Die Menge aller $z \in \mathbb{C}$ mit $|z|^2 \leq 2 \cdot Re(z)$ enthält keine komplexen Zahlen mit negativem Imaginärteil.

○ wahr ⊗ falsch

Die Menge aller $z \in \mathbb{C}$ mit $|z|^2 \leq 2 \cdot Re(z)$ enthält keine komplexen Zahlen, deren Realteil echt größer als 2 ist.

⊗ wahr ○ falsch

Aufgabe 6

Die Menge aller Polynome der Form $x^n + n$ für $n \in \mathbb{N}_0$ bildet eine Basis des reellen Vektorraumes $\mathbb{R}[x]$, wobei x^0 als 1 definiert ist.

⊗ wahr ○ falsch

Die Menge aller Polynome der Form $x^n + n$ für $n \in \mathbb{N}_0$ bildet eine Basis des komplexen Vektorraumes $\mathbb{C}[x]$, wobei x^0 als 1 definiert ist.

⊗ wahr ○ falsch

Die Menge aller Polynome der Form $x^n + n$ für $n \in \mathbb{N}_0$ bildet ein Erzeugendensystem, aber keine Basis des reellen Vektorraumes $\mathbb{R}[x]$, wobei x^0 als 1 definiert ist.

○ wahr ⊗ falsch

Die Menge aller Polynome der Form $x^n + n$ für $n \in \mathbb{N}_0$ bildet ein Erzeugendensystem, aber keine Basis des komplexen Vektorraumes $\mathbb{C}[x]$, wobei x^0 als 1 definiert ist.

○ wahr ⊗ falsch

Aufgabe 7

Die Menge $\{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Q}\} \subset \mathbb{R}$ ist ein $\mathbb{Q}$-Vektorraum bezüglich der gewöhnlichen Multiplikation in $\mathbb{R}$.

⊗ wahr ◯ falsch

Die Menge $\{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Q}\} \subset \mathbb{R}$ ist ein $\mathbb{R}$-Vektorraum bezüglich der gewöhnlichen Multiplikation in $\mathbb{R}$.

◯ wahr ⊗ falsch

Die Menge $\{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Q}\} \subset \mathbb{R}$ ist ein $\mathbb{C}$-Vektorraum bezüglich der gewöhnlichen Multiplikation in $\mathbb{C}$.

◯ wahr ⊗ falsch

Die Menge $\{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Z}\} \subset \mathbb{R}$ ist ein $\mathbb{Q}$-Vektorraum bezüglich der gewöhnlichen Multiplikation in $\mathbb{R}$.

◯ wahr ⊗ falsch

Aufgabe 8

Sei K ein Körper mit endlich vielen Elementen. Dann hat auch jeder endlich-dimensionale K-Vektorraum nur endlich viele Elemente.

⊗ wahr ◯ falsch

Sei K ein Körper mit endlich vielen Elementen. Dann hat auch jeder K-Vektorraum nur endlich viele Elemente.

◯ wahr ⊗ falsch

Sei K ein Körper mit endlich vielen Elementen. Dann hat auch jeder endlich-dimensionale K-Vektorraum nur endlich viele Elemente.

⊗ wahr ◯ falsch

Sei K ein Körper mit endlich vielen Elementen. Dann hat auch jeder K-Vektorraum nur endlich viele Elemente.

◯ wahr ⊗ falsch

Aufgabe 9

Wir betrachten $\mathbb{R}^2$ als $\mathbb{R}$-Vektorraum. Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ die lineare Abbildung, die einen Vektor v auf $A \cdot v$ schickt, wobei $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Dann ist f ein Monomorphismus.

○ wahr ⊗ falsch

Wir betrachten $\mathbb{R}^2$ als $\mathbb{R}$-Vektorraum. Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ die lineare Abbildung, die einen Vektor v auf $A \cdot v$ schickt, wobei $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Dann ist f ein Epimorphismus.

○ wahr ⊗ falsch

Wir betrachten $\mathbb{R}^2$ als $\mathbb{R}$-Vektorraum. Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ die lineare Abbildung, die einen Vektor v auf $A \cdot v$ schickt, wobei $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Dann ist f ein Isomorphismus.

○ wahr ⊗ falsch

Wir betrachten $\mathbb{R}^2$ als $\mathbb{R}$-Vektorraum. Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ die lineare Abbildung, die einen Vektor v auf $A \cdot v$ schickt, wobei $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Dann ist f weder ein Monomorphismus noch ein Epimorphismus.

⊗ wahr ○ falsch

Aufgabe 10

Wir betrachten $\mathbb{C}^2$ als $\mathbb{R}$-Vektorraum. Sei $f : \mathbb{C}^2 \to \mathbb{C}^2$ eine $\mathbb{R}$-lineare Abbildung ungleich 0. Dann ist der Kern von f ein reeller Vektorraum mit Dimension kleiner oder gleich drei.

⊗ wahr ○ falsch

Wir betrachten $\mathbb{C}^2$ als $\mathbb{R}$-Vektorraum. Sei $f : \mathbb{C}^2 \to \mathbb{C}^2$ eine $\mathbb{R}$-lineare Abbildung ungleich 0. Dann ist der Kern von f ein reeller Vektorraum mit Dimension null oder eins.

○ wahr ⊗ falsch

Wir betrachten $\mathbb{C}^2$ als $\mathbb{R}$-Vektorraum. Sei $f : \mathbb{C}^2 \to \mathbb{C}^2$ eine $\mathbb{R}$-lineare Abbildung. Dann ist das Bild von f ein reeller Vektorraum mit Dimension kleiner oder gleich vier.

⊗ wahr ○ falsch

Es gibt $\mathbb{R}$-lineare Abbildungen $f : \mathbb{C}^2 \to \mathbb{C}^2$, deren Kern als reeller Vektorraum unendliche Dimension hat.

○ wahr ⊗ falsch