Aufgabe 1

Die Menge aller quadratischen $n \times n$ Matrizen über einem Körper bildet einen kommutativen Ring bzgl. der gewöhnlichen Matrizenmultiplikation und -addition genau dann, wenn $n = 1$ gilt.

☒ wahr ○ falsch

Die Menge aller quadratischen Matrizen über einem Körper bildet einen kommutativen Ring bzgl. der gewöhnlichen Matrizenmultiplikation und -addition.

○ wahr ☒ falsch

Die Menge aller quadratischen Matrizen über einem Körper K bildet einen kommutativen Ring bzgl. der gewöhnlichen Matrizenmultiplikation und -addition, falls K nur endlich viele Elemente hat.

○ wahr ☒ falsch

Aufgabe 2

Eine quadratische Matrix A mit Einträgen in einem Körper K ist invertierbar genau dann, wenn ein $\lambda \in K \setminus \{0\}$ existiert, sodass $A = \lambda \cdot E$, wobei E die Einheitsmatrix beschreibt.

○ wahr ☒ falsch

Eine quadratische Matrix mit Einträgen in einem Körper ist invertierbar genau dann, wenn alle Diagonaleinträge ungleich 0 sind.

○ wahr ☒ falsch

Eine quadratische Matrix $A = (a_{ij})$ mit Einträgen in einem Körper und $a_{ii} \neq 0$ für alle i sowie $a_{ij} = 0$ für alle i, j mit $i \neq j$ ist stets invertierbar.

☒ wahr ○ falsch

Eine quadratische Matrix $A = (a_{ij})$ mit Einträgen in einem Körper ist invertierbar genau dann, wenn $a_{ii} \neq 0$ und $a_{ij} = 0$ für alle $i \neq j$.

○ wahr ☒ falsch

Aufgabe 3

Die transponierte Matrix zu $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ ist gegeben durch $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

○ wahr ☒ falsch

Die transponierte Matrix zu $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ ist gegeben durch $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$.

☒ wahr ○ falsch

Die transponierte Matrix zu $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ ist gegeben durch $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

○ wahr ☒ falsch

Die transponierte Matrix zu $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ ist gegeben durch $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$.

○ wahr ☒ falsch

Aufgabe 4

Berechnen Sie die Matrix $C = (c_{ij})$, gegeben durch das Produkt $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, und tragen Sie den Wert c_{11} (in arabischen Zahlen) in das folgende Kästchen ein:

$\boxed{1}$

Berechnen Sie die Matrix $C = (c_{ij})$, gegeben durch das Produkt $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, und tragen Sie den Wert c_{12} (in arabischen Zahlen) in das folgende Kästchen ein:

$\boxed{8}$

Berechnen Sie die Matrix $C = (c_{ij})$, gegeben durch das Produkt $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, und tragen Sie den Wert c_{21} (in arabischen Zahlen) in das folgende Kästchen ein:

$\boxed{2}$

Berechnen Sie die Matrix $C = (c_{ij})$, gegeben durch das Produkt $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, und tragen Sie den Wert c_{22} (in arabischen Zahlen) in das folgende Kästchen ein:

$\boxed{1}$

Aufgabe 5

Eine quadratische Matrix ist invertierbar genau dann, wenn ihre transponierte Matrix invertierbar ist.

☒ wahr ◯ falsch

Falls eine quadratische Matrix invertierbar ist, so ist ihre transponierte Matrix im Allgemeinen nicht invertierbar.

◯ wahr ☒ falsch

Aufgabe 6

Wir betrachten $\mathbb{Q}$ als $\mathbb{Q}$-Vektorraum. Ist die Abbildung $\alpha : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ mit $\alpha(x) = 3x$ linear?

☒ ja ◯ nein

Wir betrachten $\mathbb{Q}$ als $\mathbb{Q}$-Vektorraum. Ist die Abbildung $\alpha : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ mit $\alpha(x) = x + 3$ linear?

◯ ja ☒ nein

Wir betrachten $\mathbb{Q}$ als $\mathbb{Q}$-Vektorraum. Ist die Abbildung $\alpha : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ mit $\alpha(x) = 5x$ linear?

☒ ja ◯ nein

Wir betrachten $\mathbb{Q}$ als $\mathbb{Q}$-Vektorraum. Ist die Abbildung $\alpha : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ mit $\alpha(x) = x + 5$ linear?

◯ ja ☒ nein

Aufgabe 7

Wir betrachten $\mathbb{R}^3$ und $\mathbb{R}$ als $\mathbb{R}$-Vektorräume. Ist die Abbildung $\alpha : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \mapsto x_1 + x_2$ linear?

☒ ja ○ nein

Wir betrachten $\mathbb{R}^3$ und $\mathbb{R}$ als $\mathbb{R}$-Vektorräume. Ist die Abbildung $\alpha : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \mapsto x_1 + x_2 + x_3$ linear?

☒ ja ○ nein

Wir betrachten $\mathbb{R}^2$ als $\mathbb{R}$-Vektorraum. Ist die Abbildung $\alpha : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x_1 \\ x_1 + x_2 \end{pmatrix}$ linear?

☒ ja ○ nein

Wir betrachten $\mathbb{R}^2$ als $\mathbb{R}$-Vektorraum. Ist die Abbildung $\alpha : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} -x_1 \\ x_1 + x_2 \end{pmatrix}$ linear?

☒ ja ○ nein

Aufgabe 8

Wir betrachten $\mathbb{C}$ als $\mathbb{C}$-Vektorraum. Ist die Abbildung $\alpha : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $z \mapsto z^2$ linear?

○ ja ☒ nein

Wir betrachten $\mathbb{C}$ als $\mathbb{C}$-Vektorraum. Ist die Abbildung $\alpha : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $z \mapsto z^2 + 1$ linear?

○ ja ☒ nein

Wir betrachten $\mathbb{C}$ als $\mathbb{C}$-Vektorraum. Ist die Abbildung $\alpha : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $z \mapsto z^3$ linear?

○ ja ☒ nein

Wir betrachten $\mathbb{C}$ als $\mathbb{C}$-Vektorraum. Ist die Abbildung $\alpha : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$, $z \mapsto z^2 + z + 1$ linear?

○ ja ☒ nein

Aufgabe 9

Sei V ein Vektorraum mit Basis $\{v_1, v_2, v_3\}$ und W ein Vektorraum mit Basis $\{w_1, w_2\}$. Dann gibt es eine lineare Abbildung $\alpha : V \to W$ mit $\alpha(v_1) = w_1$, $\alpha(v_2) = w_2$ und $\alpha(v_3) = w_1 + w_2$.

⊗ wahr ◯ falsch

Sei V ein Vektorraum mit Basis $\{v_1, v_2, v_3\}$ und W ein Vektorraum mit Basis $\{w_1, w_2\}$. Dann gibt es eine lineare Abbildung $\alpha : V \to W$ mit $\alpha(v_1) = w_2$, $\alpha(v_2) = w_1$ und $\alpha(v_3) = w_1 + w_2$.

⊗ wahr ◯ falsch

Sei V ein Vektorraum mit Basis $\{v_1, v_2, v_3\}$ und W ein Vektorraum mit Basis $\{w_1, w_2\}$. Dann gibt es eine lineare Abbildung $\alpha : V \to W$ mit $\alpha(v_1) = w_1$, $\alpha(v_2) = w_1$ und $\alpha(v_3) = w_1 + w_2$.

⊗ wahr ◯ falsch

Sei V ein Vektorraum mit Basis $\{v_1, v_2, v_3\}$ und W ein Vektorraum mit Basis $\{w_1, w_2\}$. Dann gibt es eine lineare Abbildung $\alpha : V \to W$ mit $\alpha(v_1) = w_1$, $\alpha(v_2) = w_2$ und $\alpha(v_3) = 0$.

⊗ wahr ◯ falsch

Aufgabe 10

Sei K ein Körper. Die Abbildung $\alpha : K \to K$ mit $\alpha(x) = 0$ ist linear.

⊗ wahr ◯ falsch

Sei K ein Körper. Die Abbildung $\alpha : K \to K$ mit $\alpha(x) = 1$ ist linear.

◯ wahr ⊗ falsch

Sei K ein Körper. Die Abbildung $\alpha : K \to K$ mit $\alpha(x) = x$ ist linear.

⊗ wahr ◯ falsch

Sei K ein Körper. Die Abbildung $\alpha : K \to K$ mit $\alpha(x) = -1$ ist linear.

◯ wahr ⊗ falsch