Aufgabe 1

Sei U eine Ursprungsgerade im reellen Vektorraum $\mathbb{R}^2$. Dann hat der Quotientenvektorraum $\mathbb{R}^2/U$ die Dimension eins über $\mathbb{R}$.

☒ wahr ○ falsch

Sei U eine Ursprungsgerade im reellen Vektorraum $\mathbb{R}^2$. Dann hat der Quotientenvektorraum $\mathbb{R}^2/U$ die Dimension zwei über $\mathbb{R}$.

○ wahr ☒ falsch

Sei U eine Ursprungsgerade im reellen Vektorraum $\mathbb{R}^3$. Dann hat der Quotientenvektorraum $\mathbb{R}^3/U$ die Dimension eins über $\mathbb{R}$.

○ wahr ☒ falsch

Sei U eine Ursprungsgerade im reellen Vektorraum $\mathbb{R}^3$. Dann hat der Quotientenvektorraum $\mathbb{R}^3/U$ die Dimension zwei über $\mathbb{R}$.

☒ wahr ○ falsch

Aufgabe 2

Sei $\alpha : V \to W$ eine lineare Abbildung zwischen den endlich-dimensionalen Vektorräumen V und W. Dann ist $\operatorname{Rang}(\alpha)$ gleich der Dimension des Quotientenvektorraumes $V/\operatorname{Kern}(\alpha)$.

☒ wahr ○ falsch

Sei $\alpha : V \to W$ eine lineare Abbildung zwischen den endlich-dimensionalen Vektorräumen V und W. Dann ist die Dimension von W gleich der Dimension des Quotientenvektorraumes $V/\operatorname{Kern}(\alpha)$.

○ wahr ☒ falsch

Sei $\alpha : V \to W$ eine lineare Abbildung zwischen den endlich-dimensionalen Vektorräumen V und W. Dann ist $\operatorname{Rang}(\alpha)$ gleich der Dimension des Quotientenvektorraumes $W/\operatorname{Bild}(\alpha)$.

○ wahr ☒ falsch

Sei $\alpha : V \to W$ eine surjektive lineare Abbildung zwischen den endlich-dimensionalen Vektorräumen V und W. Dann ist die Dimension von W gleich der Dimension des Quotientenvektorraumes $V/\operatorname{Kern}(\alpha)$.

☒ wahr ○ falsch

Aufgabe 3

Sei $\beta : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine beliebige Abbildung. Dann ist β injektiv genau dann, wenn β surjektiv ist.

○ wahr ☒ falsch

Sei $\beta : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine $\mathbb{R}$-lineare Abbildung. Dann ist β injektiv genau dann, wenn β surjektiv ist.

☒ wahr ○ falsch

Sei $\beta : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine $\mathbb{R}$-lineare Abbildung. Dann ist β surjektiv genau dann, wenn $\mathrm{Kern}(\beta) = \{0\}$ gilt.

☒ wahr ○ falsch

Sei $\beta : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine beliebige Abbildung. Dann ist β injektiv genau dann, wenn β bijektiv ist.

○ wahr ☒ falsch

Aufgabe 4

Sei A eine $n \times n$-Matrix über einem Körper $\mathbb{K}$ mit $n \in \mathbb{N}$. Dann ist A regulär genau dann, wenn A invertierbar ist.

☒ wahr ○ falsch

Sei A eine $n \times n$-Matrix über einem Körper $\mathbb{K}$ mit $n \in \mathbb{N}$. Dann ist A regulär genau dann, wenn $A^\top$ invertierbar ist.

☒ wahr ○ falsch

Sei A eine $n \times n$-Matrix über einem Körper $\mathbb{K}$ mit $n \in \mathbb{N}$. Dann ist A regulär genau dann, wenn $\mathrm{Rang}(A^\top) = n$ gilt.

☒ wahr ○ falsch

Sei A eine $n \times n$-Matrix über einem Körper $\mathbb{K}$ mit $n \in \mathbb{N}$. Dann ist A regulär genau dann, wenn $\mathrm{Rang}(A) = \mathrm{Rang}(A^\top)$ gilt.

○ wahr ☒ falsch

Aufgabe 5

Berechnen Sie das Vorzeichen der Permutation $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ in Σ_4. Tragen Sie als Ergebnis 1 oder -1 ein.

$\boxed{1}$

Berechnen Sie das Vorzeichen der Permutation $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ in Σ_4. Tragen Sie als Ergebnis 1 oder -1 ein.

$\boxed{1}$

Berechnen Sie das Vorzeichen der Permutation $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ in Σ_4. Tragen Sie als Ergebnis 1 oder -1 ein.

$\boxed{-1}$

Berechnen Sie das Vorzeichen der Permutation $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ in Σ_4. Tragen Sie als Ergebnis 1 oder -1 ein.

$\boxed{1}$

Aufgabe 6

Berechnen Sie die Determinante der Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ mit Einträgen in $\mathbb{Q}$.

$\boxed{8}$

Berechnen Sie die Determinante der Matrix $\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ mit Einträgen in $\mathbb{Q}$.

$\boxed{2}$

Berechnen Sie die Determinante der Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$ mit Einträgen in $\mathbb{Q}$.

$\boxed{4}$

Berechnen Sie die Determinante der Matrix $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ mit Einträgen in $\mathbb{Q}$.

$\boxed{1}$

Aufgabe 7

Sei A eine $n \times n$-Matrix über einem Körper $\mathbb{K}$ mit $n \in \mathbb{N}$. Falls alle Einträge auf der Diagonalen von A ungleich null sind, dann gilt $\det(A) \neq 0$.

☐ wahr ☒ falsch

Sei A eine reguläre $n \times n$-Matrix über einem Körper $\mathbb{K}$ mit $n \in \mathbb{N}$. Dann gilt $\det(A) \neq 0$.

☒ wahr ☐ falsch

Sei A eine invertierbare $n \times n$-Matrix über einem Körper $\mathbb{K}$ mit $n \in \mathbb{N}$. Dann gilt $\det(A) \neq 0$.

☒ wahr ☐ falsch

Sei A eine $n \times n$-Matrix über einem Körper $\mathbb{K}$ mit $n \in \mathbb{N}$. Falls alle Einträge in A ungleich null sind, dann gilt $\det(A) \neq 0$.

☐ wahr ☒ falsch

Aufgabe 8

Seien A und B zwei $n \times n$-Matrizen über einem Körper $\mathbb{K}$ mit $n \in \mathbb{N}$. Dann gilt $\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$.

☐ wahr ☒ falsch

Seien A und B zwei $n \times n$-Matrizen über einem Körper $\mathbb{K}$ mit $n \in \mathbb{N}$. Dann gilt $\det(A+B) = \det(A) \cdot \det(B)$.

☐ wahr ☒ falsch

Seien A und B zwei $n \times n$-Matrizen über einem Körper $\mathbb{K}$ mit $n \in \mathbb{N}$. Dann gilt $\det(A \cdot B) = \det(A) \cdot \det(B)$.

☒ wahr ☐ falsch

Seien A und B zwei $n \times n$-Matrizen über einem Körper $\mathbb{K}$ mit $n \in \mathbb{N}$. Dann gilt $\det(A \cdot B) = \det(B \cdot A)$.

☒ wahr ☐ falsch

Aufgabe 9

Sei A die invertierbare Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$ mit Einträgen in $\mathbb{Q}$. Berechnen Sie $\det(A^{-1})$. Das Ergebnis ist eine ganze Zahl.

$\boxed{2}$

Sei A die invertierbare Matrix $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{pmatrix}$ mit Einträgen in $\mathbb{Q}$. Berechnen Sie $\det(A^{-1})$. Das Ergebnis ist eine ganze Zahl.

$\boxed{-2}$

Sei A die invertierbare Matrix $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ \frac{1}{3} & -1 \end{pmatrix}$ mit Einträgen in $\mathbb{Q}$. Berechnen Sie $\det(A^{-1})$. Das Ergebnis ist eine ganze Zahl.

$\boxed{3}$

Sei A die invertierbare Matrix $\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{3} \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ mit Einträgen in $\mathbb{Q}$. Berechnen Sie $\det(A^{-1})$. Das Ergebnis ist eine ganze Zahl.

$\boxed{-3}$

Aufgabe 10

Sei A die Matrix $\begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x \end{pmatrix}$ mit Einträgen in einem Körper K. Dann ist $\det(A) = (x-1)^2(x+2)$.

☒ wahr ○ falsch

Sei A die Matrix $\begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x \end{pmatrix}$ mit Einträgen in einem Körper K. Dann ist $\det(A) = x^3 - 1$.

○ wahr ☒ falsch

Sei A die Matrix $\begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x \end{pmatrix}$ mit Einträgen in einem Körper K. Dann ist $\det(A) = x^3 - 3x + 2$.

☒ wahr ○ falsch

Sei A die Matrix $\begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x \end{pmatrix}$ mit Einträgen in einem Körper K. Dann ist $\det(A) = (x-1)^2(x+1)$.

○ wahr ☒ falsch