Aufgabe 1

Die skalare Multiplikation in einem K-Vektorraum ist gegeben durch eine Abbildung $V \times V \to K$.

○ wahr ○ falsch

Die skalare Multiplikation in einem K-Vektorraum ist gegeben durch eine Abbildung $K \times V \to K$.

○ wahr ○ falsch

Die skalare Multiplikation in einem K-Vektorraum ist gegeben durch eine Abbildung $K \times V \to V$.

○ wahr ○ falsch

Die skalare Multiplikation in einem K-Vektorraum ist gegeben durch eine Abbildung $V \times V \to V$.

○ wahr ○ falsch

Aufgabe 2

Jeder Vektorraum enthält mindestens ein Element.

○ wahr ○ falsch

Jeder Vektorraum enthält mindestens zwei Elemente.

○ wahr ○ falsch

Aufgabe 3

Seien U, W Untervektorräume eines Vektorraumes V. Dann ist auch $\{v \in V \mid v \in U \text{ oder } v \in W\}$ ein Untervektorraum von V.

○ wahr ○ falsch

Seien U, W Untervektorräume eines Vektorraumes V. Dann ist auch $\{v \in V \mid v \in U \text{ und } v \in W\}$ ein Untervektorraum von V.

○ wahr ○ falsch

Seien U, W Untervektorräume eines Vektorraumes V mit $U \subseteq W$. Dann ist auch $\{v \in V \mid v \in U \text{ oder } v \in W\}$ ein Untervektorraum von V.

○ wahr ○ falsch

Aufgabe 4

Der Vektor $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ liegt im Unterraum von $\mathbb{R}^3$, der von den Vektoren $w_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $w_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ erzeugt wird.

○ wahr ○ falsch

Der Vektor $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}$ liegt im Unterraum von $\mathbb{R}^3$, der von den Vektoren $w_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $w_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ erzeugt wird.

○ wahr ○ falsch

Der Vektor $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix}$ liegt im Unterraum von $\mathbb{R}^3$, der von den Vektoren $w_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $w_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ erzeugt wird.

○ wahr ○ falsch

Der Vektor $v = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ liegt im Unterraum von $\mathbb{R}^3$, der von den Vektoren $w_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $w_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ erzeugt wird.

○ wahr ○ falsch

Aufgabe 5

Sei V ein K-Vektorraum und $X \subseteq Y \subseteq V$ beliebige Teilmengen von V. Falls X eine Basis von V ist, so ist auch Y eine Basis von V.

◯ wahr ◯ falsch

Sei V ein K-Vektorraum und $X \subseteq Y \subseteq V$ beliebige Teilmengen von V. Falls X ein Erzeugendensystem von V ist, so ist auch Y ein Erzeugendensystem von V.

◯ wahr ◯ falsch

Sei V ein K-Vektorraum und $X \subseteq Y \subseteq V$ beliebige Teilmengen von V. Falls die Vektoren in X linear unabhängig sind, so auch die Vektoren in Y.

◯ wahr ◯ falsch

Sei V ein K-Vektorraum und $X \subseteq Y \subseteq V$ beliebige Teilmengen von V. Falls die Vektoren in Y linear unabhängig sind, so auch die Vektoren in X.

◯ wahr ◯ falsch

Aufgabe 6

Sei $V := \mathrm{Abb}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ der reelle Vektorraum aller Funktionen $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Dann ist V endlich-dimensional über $\mathbb{R}$.

◯ wahr ◯ falsch

Sei $V := \mathrm{Abb}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ der reelle Vektorraum aller Funktionen $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Dann ist V nicht endlich-dimensional über $\mathbb{R}$.

◯ wahr ◯ falsch

Aufgabe 7

Sei $V := \mathrm{Abb}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ der reelle Vektorraum aller Funktionen $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Dann sind die Funktionen $f(x) = x^2$, $g(x) = \sin(x)$ und $h(x) = e^x$ linear unabhängig in V.

○ wahr ○ falsch

Sei $V := \mathrm{Abb}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ der reelle Vektorraum aller Funktionen $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Dann sind die Funktionen $f(x) = 1$, $g(x) = \cos(x)$ und $h(x) = e^x$ linear unabhängig in V.

○ wahr ○ falsch

Sei $V := \mathrm{Abb}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ der reelle Vektorraum aller Funktionen $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Dann sind die Funktionen $f(x) = 1$, $g(x) = \sin(x)$ und $h(x) = 123$ linear unabhängig in V.

○ wahr ○ falsch

Sei $V := \mathrm{Abb}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ der reelle Vektorraum aller Funktionen $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Dann sind die Funktionen $f(x) = x^2$, $g(x) = 0$ und $h(x) = e^x$ linear unabhängig in V.

○ wahr ○ falsch

Aufgabe 8

Jede Matrix mit Einträgen in einem Körper kann man durch endlich viele Zeilenumformungen in Zeilenstufenform bringen.

○ wahr ○ falsch

Jede quadratische Matrix mit Einträgen in einem Körper kann man durch endlich viele Zeilenumformungen in die Einheitsmatrix überführen.

○ wahr ○ falsch

Aufgabe 9

Die Dimension eines K-Vektorraumes V ist gegeben durch die minimale Anzahl linear unabhängiger Vektoren in V.

◯ wahr ◯ falsch

Die Dimension eines K-Vektorraumes V ist gegeben durch die maximale Anzahl linear unabhängiger Vektoren in V.

◯ wahr ◯ falsch

Die Dimension eines K-Vektorraumes V ist gegeben durch die minimale Anzahl von Vektoren in einem Erzeugendensystem von V.

◯ wahr ◯ falsch

Die Dimension eines K-Vektorraumes V ist gegeben durch die maximale Anzahl von Vektoren in einem Erzeugendensystem von V.

◯ wahr ◯ falsch

Aufgabe 10

Sei V ein reeller Vektorraum mit einer Multiplikation $V \times V \to V$, die auf V eine Körperstruktur definiert. Dann gilt $\dim_{\mathbb{R}}(V) = 1$.

◯ wahr ◯ falsch

Sei V ein $\mathbb{Q}$-Vektorraum mit einer Multiplikation $V \times V \to V$, die auf V eine Körperstruktur definiert. Dann gilt $\dim_{\mathbb{Q}}(V) < \infty$.

◯ wahr ◯ falsch

Es existiert ein reeller Vektorraum V mit einer Multiplikation $V \times V \to V$, die auf V eine Körperstruktur definiert, sodass gilt $\dim_{\mathbb{R}}(V) = 2$.

◯ wahr ◯ falsch

Es existiert ein $\mathbb{Q}$-Vektorraum V mit einer Multiplikation $V \times V \to V$, die auf V eine Körperstruktur definiert, sodass gilt $\dim_{\mathbb{Q}}(V) = \infty$.

◯ wahr ◯ falsch