

---

## Aufgabe 1

---

Bestimmen Sie das Polynom  $(x^4 - x^3 + 7x^2 - 9x + 2) : (x - 1) \in \mathbb{Z}[x]$ . Geben Sie das Ergebnis ohne Klammern um negative Zahlen an. Die Koeffizienten 0 und 1 müssen auch eingetragen werden.

$$\boxed{\phantom{00}}x^4 + \boxed{\phantom{00}}x^3 + \boxed{\phantom{00}}x^2 + \boxed{\phantom{00}}x + \boxed{\phantom{00}}.$$

---

Bestimmen Sie das Polynom  $(x^4 - x^3 + 7x^2 - 5x - 2) : (x - 1) \in \mathbb{Z}[x]$ . Geben Sie das Ergebnis ohne Klammern um negative Zahlen an. Die Koeffizienten 0 und 1 müssen auch eingetragen werden.

$$\boxed{\phantom{00}}x^4 + \boxed{\phantom{00}}x^3 + \boxed{\phantom{00}}x^2 + \boxed{\phantom{00}}x + \boxed{\phantom{00}}.$$

---

Bestimmen Sie das Polynom  $(x^4 + x^3 + 7x^2 + 9x + 2) : (x + 1) \in \mathbb{Z}[x]$ . Geben Sie das Ergebnis ohne Klammern um negative Zahlen an. Die Koeffizienten 0 und 1 müssen auch eingetragen werden.

$$\boxed{\phantom{00}}x^4 + \boxed{\phantom{00}}x^3 + \boxed{\phantom{00}}x^2 + \boxed{\phantom{00}}x + \boxed{\phantom{00}}.$$

---

Bestimmen Sie das Polynom  $(x^4 + x^3 - 7x^2 - 5x + 2) : (x + 1) \in \mathbb{Z}[x]$ . Geben Sie das Ergebnis ohne Klammern um negative Zahlen an. Die Koeffizienten 0 und 1 müssen auch eingetragen werden.

$$\boxed{\phantom{00}}x^4 + \boxed{\phantom{00}}x^3 + \boxed{\phantom{00}}x^2 + \boxed{\phantom{00}}x + \boxed{\phantom{00}}.$$

---

---

## Aufgabe 2

---

Sei  $p \in \mathbb{C}[x]$  ein Polynom. Ist  $p(x)$  ohne Rest durch  $x - x_0$  teilbar, dann ist  $x_0$  eine Nullstelle von  $p$ .

wahr    falsch

---

Sei  $p \in \mathbb{C}[x]$  ein Polynom mit Nullstelle  $x_0$ . Dann ist  $p(x)$  ohne Rest durch  $x - x_0$  teilbar.

wahr    falsch

---

Sei  $0 \neq p(x) = \sum_{k=0}^n a_k x^k \in \mathbb{C}[x]$  ein Polynom vom Grad  $n$  mit Nullstelle  $x_0$ . Dann ist  $\frac{p(x)}{x-x_0} \in \mathbb{C}[x]$  ein Polynom vom Grad  $n$ .

wahr    falsch

---

Sei  $0 \neq p(x) = \sum_{k=0}^n a_k x^k \in \mathbb{C}[x]$  ein Polynom vom Grad  $n$  mit Nullstelle  $x_0$ . Dann ist  $\frac{p(x)}{x-x_0} \in \mathbb{C}[x]$  ein Polynom vom Grad  $n - 1$ .

wahr    falsch

---

---

### Aufgabe 3

---

Sei  $K$  ein Körper und  $V$  ein  $K$ -Vektorraum. Dann ist  $V$  ein Ring.

- immer wahr     manchmal auch falsch
- 

Sei  $K$  ein Körper und  $V$  ein  $K$ -Vektorraum mit einer Abbildung  $\cdot : V \times V \rightarrow V$ . Dann ist  $V$  ein Ring.

- immer wahr     manchmal auch falsch
- 

Sei  $K$  ein Körper und  $V$  ein  $K$ -Vektorraum mit einer assoziativen Abbildung  $\cdot : V \times V \rightarrow V$ . Dann ist  $V$  ein Ring.

- immer wahr     manchmal auch falsch
- 

Sei  $K$  ein Körper und  $V$  ein  $K$ -Vektorraum mit einer assoziativen Abbildung  $\cdot : V \times V \rightarrow V$ . Dann ist  $V$  ein Körper.

- immer wahr     manchmal auch falsch
- 

---

### Aufgabe 4

---

$\mathbb{Z}$  ist ein  $\mathbb{Q}$ -Vektorraum bezüglich der Multiplikation in  $\mathbb{Q}$ .

- wahr     falsch
- 

$\mathbb{R}$  ist ein  $\mathbb{Q}$ -Vektorraum bezüglich der Multiplikation in  $\mathbb{R}$ .

- wahr     falsch
- 

$\mathbb{C}$  ist ein  $\mathbb{R}$ -Vektorraum bezüglich der Multiplikation in  $\mathbb{C}$ .

- wahr     falsch
-

---

### Aufgabe 5

---

Die Menge  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = 2x + 3\}$  ist ein Untervektorraum von  $\mathbb{R}^2$ .

- wahr     falsch
- 

Die Menge  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = 2x\}$  ist ein Untervektorraum von  $\mathbb{R}^2$ .

- wahr     falsch
- 

Die Menge  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = 7x - 4\}$  ist ein Untervektorraum von  $\mathbb{R}^2$ .

- wahr     falsch
- 

Die Menge  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = 8x\}$  ist ein Untervektorraum von  $\mathbb{R}^2$ .

- wahr     falsch
- 

---

### Aufgabe 6

---

Sei  $K$  ein Körper und  $V$  ein  $K$ -Vektorraum,  $U \subset V$ . Dann ist  $U$  ein  $K$ -Vektorraum.

- wahr     falsch
- 

Sei  $K$  ein Körper und  $V$  ein  $K$ -Vektorraum,  $U \subset V, U \neq \emptyset$ . Dann ist  $U$  ein  $K$ -Vektorraum.

- wahr     falsch
- 

---

### Aufgabe 7

---

Sei  $K$  ein Körper und  $V$  ein  $K$ -Vektorraum. Dann ist  $\{0\}$  ein Untervektorraum von  $V$ .

- wahr     falsch
- 

Sei  $K$  ein Körper und  $n \in \mathbb{N}$ . Dann ist  $K^n$  ein  $K$ -Vektorraum.

- wahr     falsch
-

---

## Aufgabe 8

---

Der Polynomring  $\mathbb{R}[x]$  ist ein  $\mathbb{R}$ -Vektorraum.

- wahr    falsch
- 

Der Polynomring  $\mathbb{Q}[x]$  ist ein  $\mathbb{Q}$ -Vektorraum.

- wahr    falsch
- 

Der Polynomring  $\mathbb{Z}[x]$  ist ein  $\mathbb{Z}$ -Vektorraum.

- wahr    falsch
- 

Der Polynomring  $\mathbb{C}[x]$  ist ein  $\mathbb{C}$ -Vektorraum.

- wahr    falsch
- 

---

## Aufgabe 9

---

$$ax + by = 0$$

$$cx + dy = 1$$

- ist ein homogenes Gleichungssystem.    ist ein inhomogenes Gleichungssystem.
- 

$$ax + by = -1$$

$$cx + dy = 1$$

- ist ein homogenes Gleichungssystem.    ist ein inhomogenes Gleichungssystem.
- 

$$ax + by = 7$$

$$cx + dy = 5$$

- ist ein homogenes Gleichungssystem.    ist ein inhomogenes Gleichungssystem.
- 

$$ax + by = 0$$

$$cx + dy = 0$$

- ist ein homogenes Gleichungssystem.    ist ein inhomogenes Gleichungssystem.
-

---

## Aufgabe 10

---

Das Gleichungssystem 
$$\begin{aligned} 6x + y &= 0 \\ 7y &= 0 \end{aligned}$$

- hat keine Lösung in  $\mathbb{R}$ .     hat eine eindeutige Lösung in  $\mathbb{R}$ .     hat mehrere Lösungen in  $\mathbb{R}$ .
- 

Das Gleichungssystem 
$$\begin{aligned} 6x + y &= 0 \\ 6x + 7y &= 0 \end{aligned}$$

- hat keine Lösung in  $\mathbb{R}$ .     hat eine eindeutige Lösung in  $\mathbb{R}$ .     hat mehrere Lösungen in  $\mathbb{R}$ .
- 

Das Gleichungssystem 
$$\begin{aligned} 6x + 2y &= 0 \\ 3x + y &= 0 \end{aligned}$$

- hat keine Lösung in  $\mathbb{R}$ .     hat eine eindeutige Lösung in  $\mathbb{R}$ .     hat mehrere Lösungen in  $\mathbb{R}$ .
- 

Das Gleichungssystem 
$$\begin{aligned} 6x + 42y &= 0 \\ x + 7y &= 0 \end{aligned}$$

- hat keine Lösung in  $\mathbb{R}$ .     hat eine eindeutige Lösung in  $\mathbb{R}$ .     hat mehrere Lösungen in  $\mathbb{R}$ .
-