Aufgabe 1

$\forall n \in \mathbb{N}$ gilt: $\sum_{i=1}^{n} \binom{n}{i} = \sum_{i=0}^{n-1} \binom{n}{i+1}$.

◯ wahr ◯ falsch

$\forall n \in \mathbb{N}$ gilt: $\sum_{i=1}^{n} \binom{n}{i} = \sum_{i=2}^{n+1} \binom{n}{i-1}$.

◯ wahr ◯ falsch

$\forall n \in \mathbb{N}$ gilt: $\sum_{i=1}^{n} \binom{n}{i} = \sum_{i=0}^{n-1} \binom{n+1}{i}$.

◯ wahr ◯ falsch

Aufgabe 2

$\forall n \in \mathbb{N}$ gilt: $\sum_{i=1}^{n} \binom{n+1}{i+1} = \sum_{i=1}^{n} \binom{n}{i} + \sum_{i=2}^{n+1} \binom{n}{i}$.

◯ wahr ◯ falsch

$\forall n \in \mathbb{N}$ gilt: $\sum_{i=1}^{n} \binom{n+1}{i+1} = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} + \sum_{i=2}^{n+1} \binom{n}{i}$.

◯ wahr ◯ falsch

Aufgabe 3

Die Menge $\{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{Z}\}$ mit $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+a' & b+b' \\ c+c' & d+d' \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} aa'+bc' & ab'+bd' \\ ca'+dc' & cb'+dd' \end{pmatrix}$ bildet einen Ring.

○ wahr ○ falsch

Die Menge $\{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{Z}\}$ mit $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+a' & b+b' \\ c+c' & d+d' \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} aa'+bc' & ab'+bd' \\ ca'+dc' & cb'+dd' \end{pmatrix}$ bildet einen kommutativen Ring.

○ wahr ○ falsch

Die Menge $\{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{Z}\}$ mit $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+a' & b+b' \\ c+c' & d+d' \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} aa'+bc' & ab'+bd' \\ ca'+dc' & cb'+dd' \end{pmatrix}$ bildet einen Körper.

○ wahr ○ falsch

Die Menge $\{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{Z}\}$ mit $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+a' & b+b' \\ c+c' & d+d' \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} aa' & bb' \\ cc' & dd' \end{pmatrix}$ bildet einen kommutativen Ring.

○ wahr ○ falsch

Aufgabe 4

Sei $(R, +, \cdot)$ ein Ring. Für $x, y \in R$ definieren wir $x \star y = y \cdot x$. Dann ist auch $(R, +, \star)$ ein Ring.

◯ wahr ◯ falsch

Sei $(R, +, \cdot)$ ein Ring. Für $x, y \in R$ definieren wir $x \star y = y \cdot x$. Dann ist $(R, +, \star)$ im Allgemeinen kein Ring.

◯ wahr ◯ falsch

Sei $(R, +, \cdot)$ ein Ring. Für $x, y \in R$ definieren wir $x \star y = x \cdot x \cdot y \cdot y$. Dann ist auch $(R, +, \star)$ ein Ring.

◯ wahr ◯ falsch

Sei $(R, +, \cdot)$ ein Ring. Für $x, y \in R$ definieren wir $x \star y = y \cdot y \cdot x$. Dann ist auch $(R, +, \star)$ ein Ring.

◯ wahr ◯ falsch

Aufgabe 5

Sei $(K, +, \cdot)$ ein Körper und $a, b \in K$ sodass $a \cdot b = 0$. Dann gilt $a = 0$ oder $b = 0$.

◯ wahr ◯ falsch

Sei $(K, +, \cdot)$ ein Körper und $a, b \in K$ sodass $a + b = 0$ und $a \cdot b = 0$. Dann gilt $a = 0$ und $b = 0$.

◯ wahr ◯ falsch

Sei $(R, +, \cdot)$ ein Ring und $a, b \in R$ sodass $a \cdot b = 0$. Dann gilt $a = 0$ oder $b = 0$.

◯ wahr ◯ falsch

Aufgabe 6

$\forall p, q \in \mathbb{Q}$ mit $p \neq q \, \exists r \in \mathbb{R}$ sodass $p < r < q$ oder $q < r < p$ gilt.

◯ wahr ◯ falsch

$\forall p, q \in \mathbb{Q}$ mit $p \neq q \, \exists$ unendlich viele $r \in \mathbb{R}$ sodass $p < r < q$ oder $q < r < p$ gilt.

◯ wahr ◯ falsch

Es gibt rationale Zahlen $p, q \in \mathbb{Q}$ mit $p \neq q$ sodass für alle $r \in \mathbb{R}$ gilt: $p < r < q$ oder $q < r < p$.

◯ wahr ◯ falsch

$\forall p, q \in \mathbb{Q}$ mit $p < q \, \exists \, r_1, r_2, r_3 \in \mathbb{R}$ sodass $r_1 < p < r_2 < q < r_3$ gilt.

◯ wahr ◯ falsch

Aufgabe 7

$\sqrt{8} \in \mathbb{Q}$.

○ wahr ○ falsch

$\sqrt{7} \in \mathbb{Q}$.

○ wahr ○ falsch

$\sqrt{9} \in \mathbb{Q}$.

○ wahr ○ falsch

$\sqrt{10} \in \mathbb{Q}$.

○ wahr ○ falsch

Aufgabe 8

$a, b \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \Rightarrow a \cdot b \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

○ wahr ○ falsch

$a, b \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \Rightarrow a + b \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

○ wahr ○ falsch

$a, b \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \Rightarrow a \cdot b \in \mathbb{Q}$.

○ wahr ○ falsch

Aufgabe 9

Geben Sie das Supremum der Menge $\{x \in \mathbb{Q} \mid x \geq x^2\}$ an. Runden Sie das Ergebnis auf eine ganze Zahl.

Geben Sie das Supremum der Menge $\{x \in \mathbb{Q} \mid x \geq x^2 - 2\}$ an. Runden Sie das Ergebnis auf eine ganze Zahl.

Geben Sie das Supremum der Menge $\{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 \geq x^3\}$ an. Runden Sie das Ergebnis auf eine ganze Zahl.

Geben Sie das Supremum der Menge $\{x \in \mathbb{Q} \mid x^3 \leq x^2 + 2x\}$ an. Runden Sie das Ergebnis auf eine ganze Zahl.

Aufgabe 10

Ist die Menge $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{n+1}{n}$ für ein $n \in \mathbb{N}\}$ nach oben beschränkt?

○ ja ○ nein

Ist die Menge $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{n+1}{m}$ für $n, m \in \mathbb{N}\}$ nach oben beschränkt?

○ ja ○ nein

Hat die Menge $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{n+1}{m}$ für $n, m \in \mathbb{N}\}$ ein Supremum?

○ ja ○ nein

Hat die Menge $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{n+1}{n}$ für ein $n \in \mathbb{N}\}$ ein Supremum?

○ ja ○ nein