Aufgabe 1

Sei $A \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{R})$. Dann kann man A durch Links- und Rechtsmultiplikation mit Elementarmatrizen auf Diagonalform bringen.

◯ immer wahr ◯ im Allgemeinen falsch

Sei $A \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{R})$. Dann gibt es invertierbare Matrizen $S, T \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{R})$, sodass die Matrix SAT^{-1} eine Diagonalmatrix ist.

◯ immer wahr ◯ im Allgemeinen falsch

Sei $A \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{R})$. Dann dann kann man A durch Zeilen- und Spaltenumformungen in Diagonalform bringen.

◯ immer wahr ◯ im Allgemeinen falsch

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Matrix $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, die die Basis $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ in die Basis $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ überführt.

$a =$ ☐, $b =$ ☐, $c =$ ☐, $d =$ ☐

Bestimmen Sie die Matrix $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, die die Basis $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ in die Basis $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ überführt.

$a =$ ☐, $b =$ ☐, $c =$ ☐, $d =$ ☐

Bestimmen Sie die Matrix $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, die die Basis $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ in die Basis $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ überführt.

$a =$ ☐, $b =$ ☐, $c =$ ☐, $d =$ ☐

Bestimmen Sie die Matrix $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, die die Basis $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ in die Basis $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ überführt.

$a =$ ☐, $b =$ ☐, $c =$ ☐, $d =$ ☐

Aufgabe 3

Die Matrizen $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$ sind äquivalent.

○ wahr ○ falsch

Die Matrizen $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ sind äquivalent.

○ wahr ○ falsch

Die Matrizen $\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ sind äquivalent.

○ wahr ○ falsch

Die Matrizen $\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$ sind äquivalent.

○ wahr ○ falsch

Aufgabe 4

Die Matrizen $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ sind ähnlich.

○ wahr ○ falsch

Die Matrizen $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ sind ähnlich.

○ wahr ○ falsch

Die Matrizen $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ sind ähnlich.

○ wahr ○ falsch

Die Matrizen $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ sind ähnlich.

○ wahr ○ falsch

Aufgabe 5

Geben Sie die Anzahl d der Äquivalenzklassen in $\mathrm{Mat}(3 \times 5, \mathbb{R})/\sim$ an, wobei $A \sim B \Leftrightarrow \exists$ invertierbare Matrizen $S \in \mathrm{Mat}(3 \times 3, \mathbb{R}), T \in \mathrm{Mat}(5 \times 5, \mathbb{R}) : B = SAT^{-1}$.

$d = \boxed{}$

Geben Sie die Anzahl d der Äquivalenzklassen in $\mathrm{Mat}(5 \times 3, \mathbb{R})/\sim$ an, wobei $A \sim B \Leftrightarrow \exists$ invertierbare Matrizen $S \in \mathrm{Mat}(5 \times 5, \mathbb{R}), T \in \mathrm{Mat}(3 \times 3, \mathbb{R}) : B = SAT^{-1}$.

$d = \boxed{}$

Geben Sie die Anzahl d der Äquivalenzklassen in $\mathrm{Mat}(2 \times 5, \mathbb{R})/\sim$ an, wobei $A \sim B \Leftrightarrow \exists$ invertierbare Matrizen $S \in \mathrm{Mat}(2 \times 2, \mathbb{R}), T \in \mathrm{Mat}(5 \times 5, \mathbb{R}) : B = SAT^{-1}$.

$d = \boxed{}$

Geben Sie die Anzahl d der Äquivalenzklassen in $\mathrm{Mat}(5 \times 2, \mathbb{R})/\sim$ an, wobei $A \sim B \Leftrightarrow \exists$ invertierbare Matrizen $S \in \mathrm{Mat}(5 \times 5, \mathbb{R}), T \in \mathrm{Mat}(2 \times 2, \mathbb{R}) : B = SAT^{-1}$.

$d = \boxed{}$

Aufgabe 6

Seien A und B ähnliche Matrizen in $\mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{C})$. Dann haben A und B dieselben Eigenwerte.

○ immer wahr ○ im Allgemeinen falsch

Seien A und B äquivalente Matrizen in $\mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{C})$. Dann haben A und B dieselben Eigenwerte.

○ immer wahr ○ im Allgemeinen falsch

Seien A und B ähnliche Matrizen in $\mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{C})$. Dann haben A und B dieselben Eigenvektoren.

○ immer wahr ○ im Allgemeinen falsch

Seien A und B äquivalente Matrizen in $\mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{C})$. Dann haben A und B dieselben Eigenvektoren.

○ immer wahr ○ im Allgemeinen falsch

Aufgabe 7

Eine Matrix $A \in \mathrm{Mat}(n \times n, k)$ ist diagonalisierbar genau dann, wenn das charakteristische Polynom in Linearfaktoren zerfällt.

◯ wahr ◯ falsch

Eine Matrix $A \in \mathrm{Mat}(n \times n, k)$ ist diagonalisierbar genau dann, wenn das charakteristische Polynom in Linearfaktoren zerfällt und die Vielfachheiten der Nullstellen mit den Dimensionen der Eigenräume übereinstimmen.

◯ wahr ◯ falsch

Aufgabe 8

Sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ die Drehung um die z-Achse um 45°. Dann hat f

◯ nur den Eigenwert 1 ◯ nur den Eigenwert -1 ◯ die Eigenwerte 1 und -1 ◯ keinen Eigenwert.

Sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ die Drehung um die z-Achse um 90°. Dann hat f

◯ nur den Eigenwert 1 ◯ nur den Eigenwert -1 ◯ die Eigenwerte 1 und -1 ◯ keinen Eigenwert.

Sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ die Drehung um die z-Achse um 30°. Dann hat f

◯ nur den Eigenwert 1 ◯ nur den Eigenwert -1 ◯ die Eigenwerte 1 und -1 ◯ keinen Eigenwert.

Sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ die Drehung um die z-Achse um 180°. Dann hat f

◯ nur den Eigenwert 1 ◯ nur den Eigenwert -1 ◯ die Eigenwerte 1 und -1 ◯ keinen Eigenwert.

Aufgabe 9

Geben Sie $t \in \mathbb{Z}$ an, sodass die Matrizen $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ t & 1 \end{pmatrix}$ nicht äquivalent sind.

$t = \boxed{}$

Geben Sie $t \in \mathbb{Z}$ an, sodass die Matrizen $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ t & 1 \end{pmatrix}$ nicht äquivalent sind.

$t = \boxed{}$

Geben Sie $t \in \mathbb{Z}$ an, sodass die Matrizen $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ t & 1 \end{pmatrix}$ nicht äquivalent sind.

$t = \boxed{}$

Geben Sie $t \in \mathbb{Z}$ an, sodass die Matrizen $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ t & 1 \end{pmatrix}$ nicht äquivalent sind.

$t = \boxed{}$

Aufgabe 10

Seien $A, B \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{R})$ ähnlich. Dann sind A und B auch äquivalent.

○ immer wahr ○ im Allgemeinen falsch

Seien $A, B \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{R})$ äquivalent. Dann sind A und B auch ähnlich.

○ immer wahr ○ im Allgemeinen falsch