Aufgabe 1

Sei $A \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{R})$ mit Eigenwert 3. Dann gilt: $\mathrm{Eig}(A, 3) = \mathrm{Kern}(3A - E_n)$.

○ immer wahr ○ im Allgemeinen falsch

Sei $A \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{R})$ mit Eigenwert 3. Dann gilt: $\mathrm{Eig}(A, 3) = \mathrm{Kern}(A - 3E_n)$.

○ immer wahr ○ im Allgemeinen falsch

Sei $A \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{R})$ mit Eigenwert 3. Dann gilt: $\mathrm{Eig}(A, 3) = \mathrm{Bild}(A - 3E_n)$.

○ immer wahr ○ im Allgemeinen falsch

Sei $A \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{R})$ mit Eigenwert 3. Dann gilt: $\mathrm{Eig}(A, 3) = \mathrm{Kern}(A + 3E_n)$.

○ immer wahr ○ im Allgemeinen falsch

Aufgabe 2

Die Matrix $A \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{R})$ ist genau dann diagonalisierbar, wenn A genau n verschiedene Eigenwerte besitzt.

○ wahr ○ falsch

Die Matrix $A \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{R})$ ist diagonalisierbar, falls A genau n verschiedene Eigenwerte besitzt.

○ wahr ○ falsch

Die Matrix $A \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{R})$ ist diagonalisierbar, falls es genau n linear unabhängige Eigenvektoren von A gibt.

○ wahr ○ falsch

Die Matrix $A \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{R})$ ist genau dann diagonalisierbar, wenn es genau n linear unabhängige Eigenvektoren von A gibt.

○ wahr ○ falsch

Aufgabe 3

Sei $A \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{R})$ eine Matrix mit Eigenvektor v zum Eigenwert 5. Dann ist v auch Eigenvektor von A^2 zum Eigenwert 5.

○ wahr ○ falsch

Sei $A \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{R})$ eine Matrix mit Eigenvektor v zum Eigenwert 5. Dann ist v Eigenvektor von A^2 zum Eigenwert 25.

○ wahr ○ falsch

Sei $A \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{R})$ eine Matrix mit Eigenvektor v zum Eigenwert 5. Dann ist $5v$ Eigenvektor von A^2 zum Eigenwert 5.

○ wahr ○ falsch

Sei $A \in \mathrm{Mat}(n \times n, \mathbb{R})$ eine Matrix mit Eigenvektor v zum Eigenwert 5. Dann ist $5v$ Eigenvektor von A^2 zum Eigenwert 25.

○ wahr ○ falsch

Aufgabe 4

Die Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ist über $\mathbb{Q}$ diagonalisierbar.

○ wahr ○ falsch

Die Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ist nicht diagonalisierbar über $\mathbb{R}$.

○ wahr ○ falsch

Die Matrix $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ist über $\mathbb{Q}$ diagonalisierbar.

○ wahr ○ falsch

Die Matrix $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ist nicht diagonalisierbar über $\mathbb{R}$.

○ wahr ○ falsch

Aufgabe 5

Die Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ ist diagonalisierbar über $\mathbb{C}$.

◯ wahr ◯ falsch

Die Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ hat

◯ nur reelle Eigenwerte. ◯ mindestens einen nicht-reellen Eigenwert.

Die Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ ist invertierbar.

◯ wahr ◯ falsch

Die Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ hat

◯ 3 verschiedene Eigenwerte. ◯ maximal zwei verschiedene Eigenwerte.

Aufgabe 6

Entscheiden Sie, ob die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \\ -2 & -2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ den Eigenvektor $v = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ besitzt und geben Sie den zugehörigen Eigenwert an. Falls v kein Eigenvektor von A ist, tragen Sie „1000“ in das Kästchen ein.

Entscheiden Sie, ob die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \\ -2 & -2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ den Eigenvektor $v = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ besitzt und geben Sie den zugehörigen Eigenwert an. Falls v kein Eigenvektor von A ist, tragen Sie „1000“ in das Kästchen ein.

Entscheiden Sie, ob die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \\ -2 & -2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ den Eigenvektor $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ besitzt und geben Sie den zugehörigen Eigenwert an. Falls v kein Eigenvektor von A ist, tragen Sie „1000“ in das Kästchen ein.

Entscheiden Sie, ob die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \\ -2 & -2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ den Eigenvektor $v = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ besitzt und geben Sie den zugehörigen Eigenwert an. Falls v kein Eigenvektor von A ist, tragen Sie „1000“ in das Kästchen ein.

Aufgabe 7

Sei $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ mit den Eigenvektoren $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Ist auch $v_1 + v_2$ ein Eigenvektor?

○ ja ○ nein

Sei $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ mit den Eigenvektoren $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Ist auch $v_1 - v_2$ ein Eigenvektor?

○ ja ○ nein

Sei $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ mit den Eigenvektoren $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Ist auch $2v_1 + v_2$ ein Eigenvektor?

○ ja ○ nein

Sei $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ mit den Eigenvektoren $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Ist auch $v_2 - v_1$ ein Eigenvektor?

○ ja ○ nein

Aufgabe 8

Gegeben seien die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & t \end{pmatrix}$ und der Vektor $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie t so, dass v ein Eigenvektor von A ist.

$t =$ ☐

Gegeben seien die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & t \end{pmatrix}$ und der Vektor $v = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie t so, dass v ein Eigenvektor von A ist.

$t =$ ☐

Gegeben seien die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & t \end{pmatrix}$ und der Vektor $v = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie t so, dass v ein Eigenvektor von A ist.

$t =$ ☐

Gegeben seien die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & t \end{pmatrix}$ und der Vektor $v = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie t so, dass v ein Eigenvektor von A ist.

$t =$ ☐

Aufgabe 9

Der Eigenraum zum Eigenwert 1 der Matrix $\begin{pmatrix} -1 & 6 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ wird aufgespannt von dem Vektor $\begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}$ mit

$x =$ ☐

Der Eigenraum zum Eigenwert 2 der Matrix $\begin{pmatrix} -1 & 6 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ wird aufgespannt von dem Vektor $\begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}$ mit

$x =$ ☐

Der Eigenraum zum Eigenwert 1 der Matrix $\begin{pmatrix} -1 & 6 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ wird aufgespannt von dem Vektor $\begin{pmatrix} 9 \\ y \end{pmatrix}$ mit

$y =$ ☐

Der Eigenraum zum Eigenwert 2 der Matrix $\begin{pmatrix} -1 & 6 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ wird aufgespannt von dem Vektor $\begin{pmatrix} 4 \\ y \end{pmatrix}$ mit

$y =$ ☐

Aufgabe 10

Die Matrix $A \in \mathrm{Mat}(2 \times 2, \mathbb{C})$ habe 2 verschiedene Eigenwerte λ und μ. Dann ist die maximale Dimension des Eigenraums $\mathrm{Eig}(A, \lambda)$

○ 0 ○ 1 ○ 2

Die Matrix $A \in \mathrm{Mat}(2 \times 2, \mathbb{C})$ habe 2 verschiedene Eigenwerte λ und μ. Dann ist die maximale Dimension des Eigenraums $\mathrm{Eig}(A, \mu)$

○ 0 ○ 1 ○ 2

Die Matrix $A \in \mathrm{Mat}(2 \times 2, \mathbb{C})$ habe den Eigenwert λ. Dann ist die maximale Dimension des Eigenraums $\mathrm{Eig}(A, \lambda)$

○ 0 ○ 1 ○ 2