Steffen König
René Marczinzik
Inga Paul

Höhere Mathematik 1 für el, kyb, mecha, phys

WS 2014/15

Gruppenübung 13

Aufgabe 50

a) Seien $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ -3 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ gegeben. Untersuchen Sie, ob A und B äquivalent sind, und bestimmen Sie gegebenenfalls invertierbare Matrizen S und T mit $B = SAT^{-1}$.

b) Gegeben sei die lineare Abbildung $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, die bezüglich der Standardbasen des $\mathbb{R}^3$ durch die Matrix $C = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 1 & 3 & -2 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ gegeben ist. Zeigen Sie, dass die Menge $D = \{ \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \}$ eine Basis von $\mathbb{R}^3$ ist und bestimmen Sie die Matrix von f bezüglich der Basis D.

Aufgabe 51

a) Wir betrachten die Äquivalenzrelation, die durch Ähnlichkeit von Matrizen gegeben ist, für 2×2 Matrizen über dem Körper mit 2 Elementen. Bestimmen Sie die Anzahl der Äquivalenzklassen und jeweils einen Repräsentanten.

b) Wir betrachten die Äquivalenzrelation, die durch Ähnlichkeit von Matrizen gegeben ist, für 2×2 Matrizen über den komplexen Zahlen. Bestimmen Sie die Anzahl der Äquivalenzklassen und jeweils einen Repräsentanten.

Aufgabe 52

Gegeben seien die linearen Abbildungen $f : U \to V$ und $g : V \to W$. U habe die Basis B_U, V habe die Basis B_V und W habe die Basis B_W. f werde bezüglich dieser Basen durch die Matrix C dargestellt und g durch die Matrix D.

a) Zeigen Sie, dass $g \circ f$ durch $D \cdot C$ dargestellt wird bezüglich der Basen B_U und B_W.

b) Sei nun f zusätzlich invertierbar. Durch welche Matrix wird f^{-1} bezüglich der Basen B_V und B_U dargestellt?

Aufgabe 53

Gegeben seien die Basen $B_1 = \left\{ \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} \right\}$, $B_2 = \left\{ \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} \right\}$ und $B_3 = \left\{ \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix} \right\}$ des $\mathbb{R}^3$. Bestimmen Sie die folgenden Koordinatentransformationsmatrizen und ihre Inversen:

a) B_1 wird in B_2 überführt.

b) B_1 wird in B_3 überführt.

c) B_2 wird in B_3 überführt.

Bonusregelung: Die schriftliche Aufgabe von Blatt 12 wird zu 50% als Bonusaufgabe gewertet. Die erzielten Punkte der Onlineaufgaben in der Woche vom 3.2. bis 8.2. werden komplett als Bonuspunkte gewertet.

Scheinklausur am 7.2.2015 um 13 Uhr, Dauer 90 Minuten

Die Raumaufteilung für die Klausur ist nach Übungsgruppen gestaffelt:
In V53.01 sind die Gruppen 1, 10, 11, 12, 13 und 22.
In V47.01 sind die Gruppen 3, 4, 5, 6 und 25.
In V47.02 sind die Gruppen 16, 18 und 19.
In V47.03 sind die Gruppen 14 und 17.
In V7.02 sind die Gruppen 20 und 24.

Die Räume sind ab 12 Uhr geöffnet. Seien Sie bitte pünktlich um 13 Uhr auf Ihrem Platz im Hörsaal. Jacken und Taschen gehören auf den Boden. Ihren Studentenausweis, eigenes Papier für Notizen, Stifte und eventuell Essen und Trinken legen Sie bitte vor Beginn der Klausur auf den Tisch.

Im Hörsaal wird jede 2. Reihe frei gelassen; zwischen je zwei Studenten bleiben 2 Plätze frei. Zu besetzende Reihen werden durch einen heruntergeklappten Tisch am Rand markiert.

Zugelassene Hilfsmittel: 2 handbeschriebene DIN A4 Seiten.
Nicht erlaubt sind Taschenrechner, Handys, Laptops etc.

Diese Regeln stehen auch auf der Webseite, auf der es nun auch eine Abfragemöglichkeit für den Raum der Scheinklausur gibt.

Die Klausur wird am 11.2.2015 um 17:30 Uhr in V47.01 besprochen.