Fachbereich Mathematik — Blatt 9

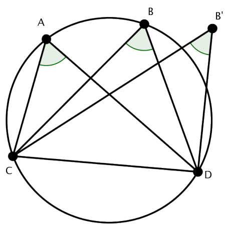
S. König/ L. Margolis — WS 2013/14

Schulmathematik vom höheren Standpunkt

Bemerkung: Alle Aufgaben dieses Aufgabenblattes spielen sich in einer Hilbert-Ebene ab, in welcher auch Playfairs Axiom gilt. Die Addition und Multiplikation von Kongruenzklassen von Strecken ist hierauf wie in der Vorlesung definiert.

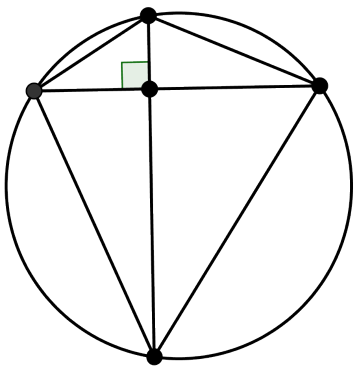
Aufgabe 1: Zeigen Sie, dass für zwei Kongruenzklassen von Strecken a und b genau eine der folgenden Aussagen gilt:

- $a = b$
- Es existiert eine Kongruenzklasse c mit $a+c = b$.
- Es existiert eine Kongruenzklasse c mit $b+c = a$.



Aufgabe 2: Es seien A, B, C, D paarweise verschiedene Punkte, so dass A und B auf der selben Seite der Geraden CD liegen. Zeigen Sie: Die Winkel $\angle DAC$ und $\angle DBC$ sind genau dann gleich, wenn die vier Punkte auf einem gemeinsamen Kreis liegen.

Aufgabe 3 (Schriftlich): Zeigen Sie, dass die Multiplikation von Kongruenzklassen von Strecken assoziativ und kommutativ ist.
Hinweis: Benutzen Sie Aufgabe 2 und lassen Sie sich vom nebenstehenden Bild inspirieren.



Aufgabe 4: Betrachten Sie den Beweis der Proposition 4.2 aus der Vorlesung.

a) Führen Sie aus, welche Aussagen zur Vervollständigung des Beweises noch zu zeigen wären.

b) Vervollständigen Sie den Beweis der Proposition 4.2.

Aufgabe 5: Lesen Sie die Theoreme I.18 und I.20 bei Euklid. Überarbeiten Sie die Beweise so, dass sie in einer Hilbert-Ebene immer noch gültig sind.

Bemerkung: In der ersten Übung des Jahres 2014 wird die Scheinklausur und die schriftliche Aufgabe dieses Blattes besprochen.