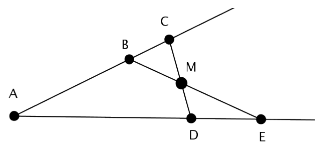
Fachbereich Mathematik | Blatt 6
S. König/ L. Margolis | WS 2013/14

Schulmathematik vom höheren Standpunkt

Aufgabe 1: Zeigen Sie, dass Paschs Axiom (Z4) keine Folgerung der Axiome (Z1) - (Z3) ist, indem Sie eine endliche Inzidenzebene konstruieren und in dieser eine Zwischen-Relation definieren, welche (Z1) - (Z3) erfüllt.
Hinweis: Betrachte in $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$ die Relation $a \star b \star c \Leftrightarrow b = \frac{1}{2}(a+c)$.



Aufgabe 2: Es seien A, B, C Punkte auf einer Geraden und A, D, E Punkte auf einer anderen Geraden, so dass $A \star B \star C$ und $A \star D \star E$. Zeigen Sie, dass die Strecken $\overline{BE}$ und $\overline{CD}$ sich schneiden.

Aufgabe 3: Eine Punktmenge X heißt **konvex**, wenn für jedes Paar von Punkten in X, die Verbindungsstrecke ebenfalls in X liegt. Zeigen Sie, dass das Innere eines Dreiecks eine nicht leere, konvexe Menge ist.

Aufgabe 4 (Schriftlich): Es sei ABC ein Dreieck und D ein Punkt im Inneren des Dreiecks. Zeigen Sie, dass jede Gerade durch D eine Seite des Dreiecks schneidet.

Aufgabe 5: Es sei $V = \ell^2(\mathbb{R}) = \{(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \mid x_n \in \mathbb{R}, \sum_{n=1}^{\infty} |x_n|^2 < \infty\}$. Dies wird mit dem Skalarprodukt $\langle (x_n)_{n\in\mathbb{N}}, (y_n)_{n\in\mathbb{N}} \rangle = \sum_{n=1}^{\infty} x_n y_n$ zu einem Euklidischen Vektorraum. Es sei A ein affiner Raum über V.

a) Es sei $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$, sei $b_n = \frac{1}{n^2}$ und $c_n = \begin{cases} n, & n \leq 10 \\ 0, & n > 10. \end{cases}$
Geben Sie eine Gerade in A an, welche den Punkt $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$ enthält und zur Geraden $\overline{(a_n)_{n\in\mathbb{N}}(b_n)_{n\in\mathbb{N}}}$ parallel ist.

b) Geben Sie vier Punkt $P, Q, R, S \in A$ an, so dass sich die Strecken $\overline{PQ}$ und $\overline{RS}$ in einem fünften Punkt schneiden.