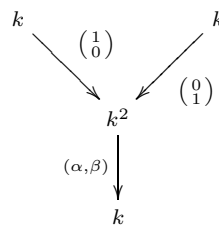


Übungen zur Vorlesung Darstellungstheorie von Algebren

zu bearbeiten:

- (1) Sei k ein Körper und \mathcal{C} eine k -lineare Kategorie mit einem Objekt. Konstruieren Sie aus \mathcal{C} eine k -Algebra A . Identifizieren Sie einen A -Modul mit einem Funktor $\mathcal{C} \rightarrow k\text{-Vect}$, wobei $k\text{-Vect}$ die Kategorie der k -Vektorräume ist.
- (2) Zeigen Sie, dass die Einbettung \mathbb{Z} in \mathbb{Q} ein Epimorphismus von Ringen ist.
- (3) Sei $A = kQ$ eine Wegealgebra, P unzerlegbar projektiv und M irgendein unzerlegbarer Modul. Bestimmen Sie $\text{Hom}_A(M, P)$.
- (4) Sei k ein Körper, und Q der Köcher $\begin{array}{c} \cdot \\ \swarrow \quad \searrow \\ \cdot \\ \downarrow \\ \cdot \end{array}$. Für $(\alpha, \beta) \in k \times k$, sei $M_{\alpha, \beta}$ die

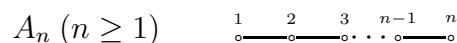
Darstellung



Entscheiden Sie, wann $M_{\alpha, \beta}$ unzerlegbar ist. Zeigen Sie: Wenn $M_{\alpha, \beta}$ und $M_{\gamma, \delta}$ unzerlegbar sind, dann sind sie isomorph.

schriftliche Aufgaben: (10 Punkte)

- (1) Schreiben Sie die Menge \mathbb{N} als Kategorie, so dass die natürlichen Zahlen Objekte werden und es von m nach n genau einen Morphismus gibt, den wir mit $n - m \in \mathbb{Z}$ bezeichnen.
- (2) Sei Q ein Köcher mit unorientiertem Graphen



Zeigen Sie, dass die quadratische Form q_Q genau $\frac{n(n+1)}{2}$ positive Wurzeln hat, nämlich e_1, \dots, e_n und $e_i + e_{i+1} + \dots + e_j$ ($1 \leq i < j \leq n$). Bestimmen Sie alle unzerlegbaren Darstellungen von Q .

Abgabe der schriftlichen Aufgaben ist in der Vorlesung am Dienstag, den 08.02.2011 oder am Mittwoch, den 09.02.2011.

Die vierzehnte Übung findet am Mittwoch, den 09.02.2011, 8-9:30 Uhr im Seminarraum 7.527 des Instituts für Algebra und Zahlentheorie statt.

*Alle Aufgabenblätter und ein Glossar finden Sie auf der Webseite
<http://www.iaz.uni-stuttgart.de/LstAGeoAlg/Koenig/WS1011.t>*