Steffen Koenig
Qunhua Liu

Dienstag, 18.01.2011
Aufgabenblatt 12

Übungen zur Vorlesung Darstellungstheorie von Algebren

zur Diskussion:

(1) Geben Sie einen Köcher $\overrightarrow{Q}$ an, für den ein projektiver Modul existiert, der auch injektiv ist.

(2) Geben Sie einen Köcher $\overrightarrow{Q}$ an, für den kein projektiver Modul existiert, der auch injektiv ist.

zu bearbeiten:

(1) Sei $\overrightarrow{Q} = 1 \to 2 \to 3$, also $k\overrightarrow{Q} \simeq \begin{pmatrix} k & k & k \\ 0 & k & k \\ 0 & 0 & k \end{pmatrix} =: A$.

Bestimmen Sie die unzerlegbaren injektiven $k\overrightarrow{Q}-$Moduln $I(1), I(2)$ und $I(3)$ und beschreiben Sie diese als Darstellungen von A^{op} durch Angabe der darstellenden Matrizen.

(2) Sei

$$\overrightarrow{Q} = \begin{tikzcd} 2 \arrow[dr] & & 3 \\ & 1 \arrow[ur] \arrow[dr] & \\ 4 \arrow[ur] & & 5 \end{tikzcd}$$

Geben Sie die unzerlegbaren injektiven Moduln $I(j)$ $(j = 1, \ldots, 5)$ an, und bestimmen Sie ihre Radikalreihen $I(j) \supset \mathrm{rad} I(j) \supset \mathrm{rad}^2 I(j) \supset \ldots$ sowie alle Homomorphismen $\mathrm{Hom}(I(j), I(i))$ für $i, j = 1, \ldots, 5$.

(3) Sei

$$\overrightarrow{Q_1} = \begin{tikzcd} \cdot \arrow[dr] & & \cdot \\ & \cdot \arrow[ur] \arrow[dr] & \\ \cdot \arrow[ur] & & \cdot \end{tikzcd} \quad \text{und} \quad \overrightarrow{Q_2} = \begin{tikzcd} \cdot \arrow[dr] & & \cdot \arrow[dl] \\ & \cdot & \\ \cdot \arrow[ur] & & \cdot \arrow[ul] \end{tikzcd}$$

Berechnen Sie für jede einfache Darstellung S die Darstellungen $C^- S$ und $C^+ S$.
Berechnen Sie direkt die quadratische Form q, zeigen Sie, da q positiv semidefinit ist und bestimmen Sie $\mathrm{rad} q$.

Berechnen Sie die Coxetertransformation c sowie c^r für $r \in \mathbb{Z}$, fur $\overrightarrow{Q_1}$ and $\overrightarrow{Q_2}$.

schriftliche Aufgaben: *(10 Punkte)*

(1) Bestimmen Sie alle Köcher $\overrightarrow{Q}$, die eine unzerlegbare Darstellung V besitzen, deren Dimensionsvektor einen Eintrag ≥ 2 hat.

(2) Bestimmen Sie alle Köcher $\overrightarrow{Q}$, die keine unzerlegbare Darstellung V besitzen, deren Dimensionsvektor einen Eintrag 0 hat.

Abgabe der schriftlichen Aufgaben ist in der Vorlesung am Dienstag, den 25.01.2011 oder am Mittwoch, den 26.01.2011.
Die zwölfte Übung findet am Mittwoch, den 26.01.2011, 8-9:30 Uhr im Seminarraum 7.527 des Instituts für Algebra und Zahlentheorie statt.
Alle Aufgabenblätter und ein Glossar finden Sie auf der Webseite
http://www.iaz.uni-stuttgart.de/LstAGeoAlg/Koenig/WS1011.t